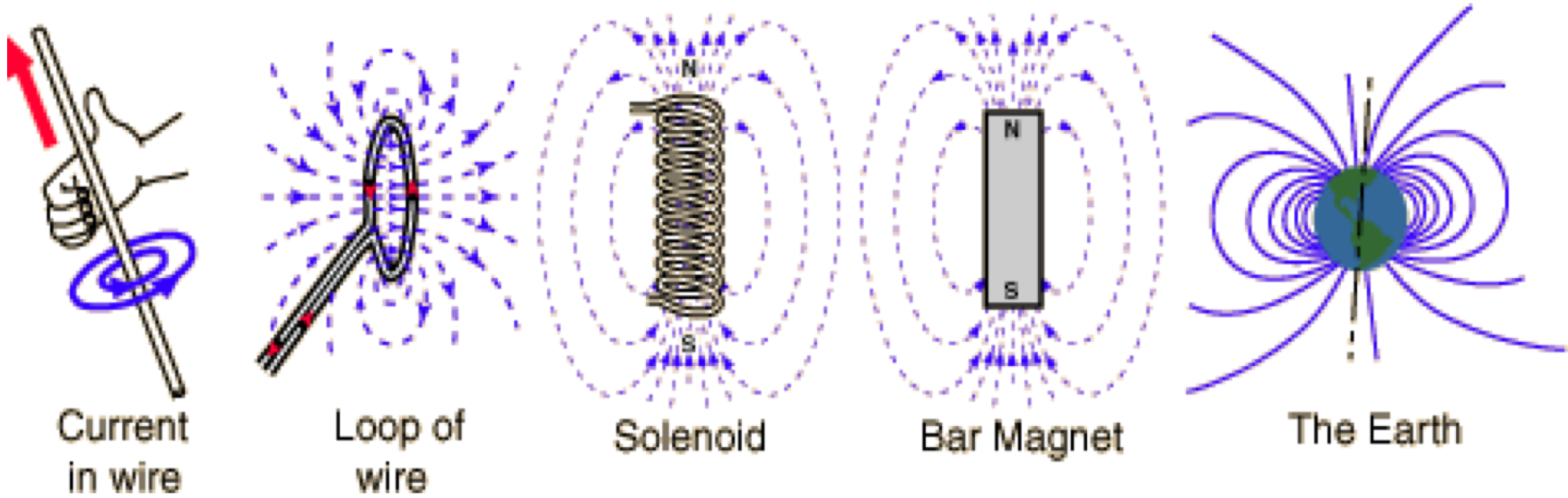


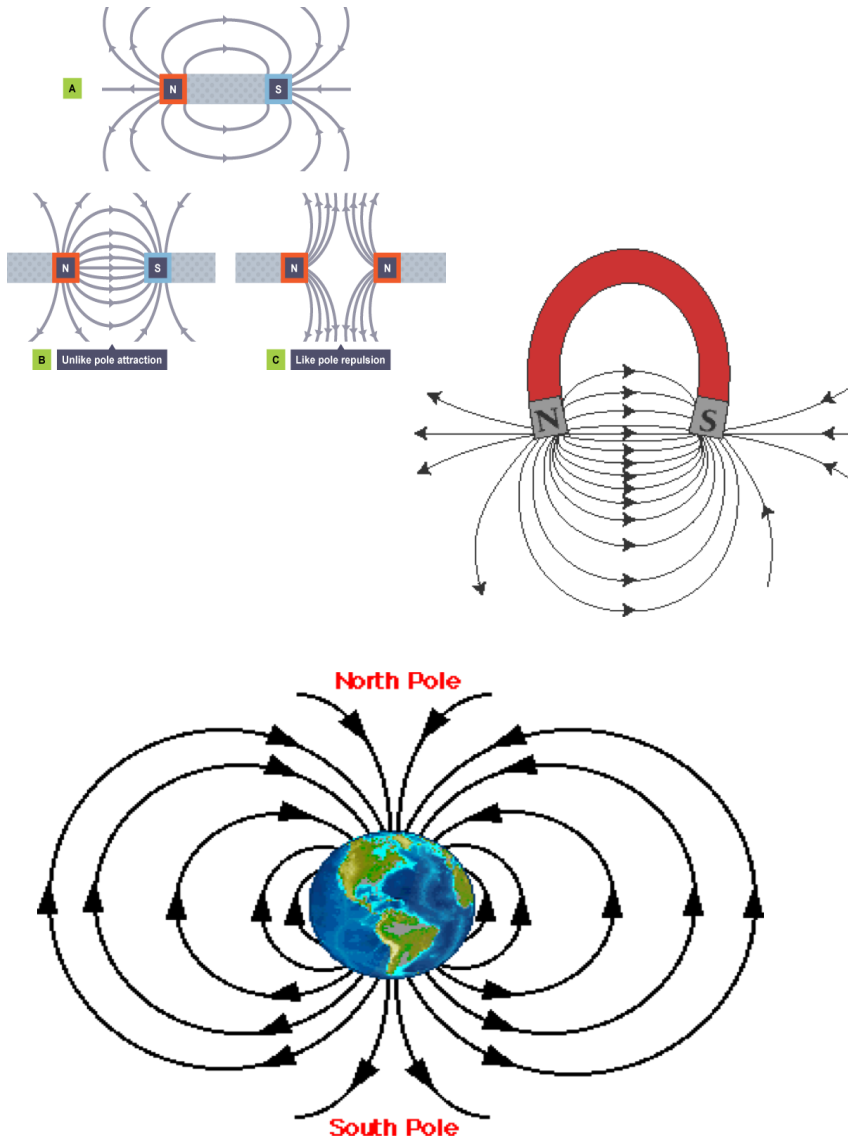
# **PODSTAWY ELEKTROTECHNIKI**

## **część 8**

# POLE MAGNETYCZNE

**Pole magnetyczne** – własność przestrzeni, w której siły działają na poruszające się ładunki elektryczne, a także na ciała mające moment magnetyczny niezależnie od ich ruchu. Pole magnetyczne, obok pola elektrycznego, jest przejawem pola elektromagnetycznego.



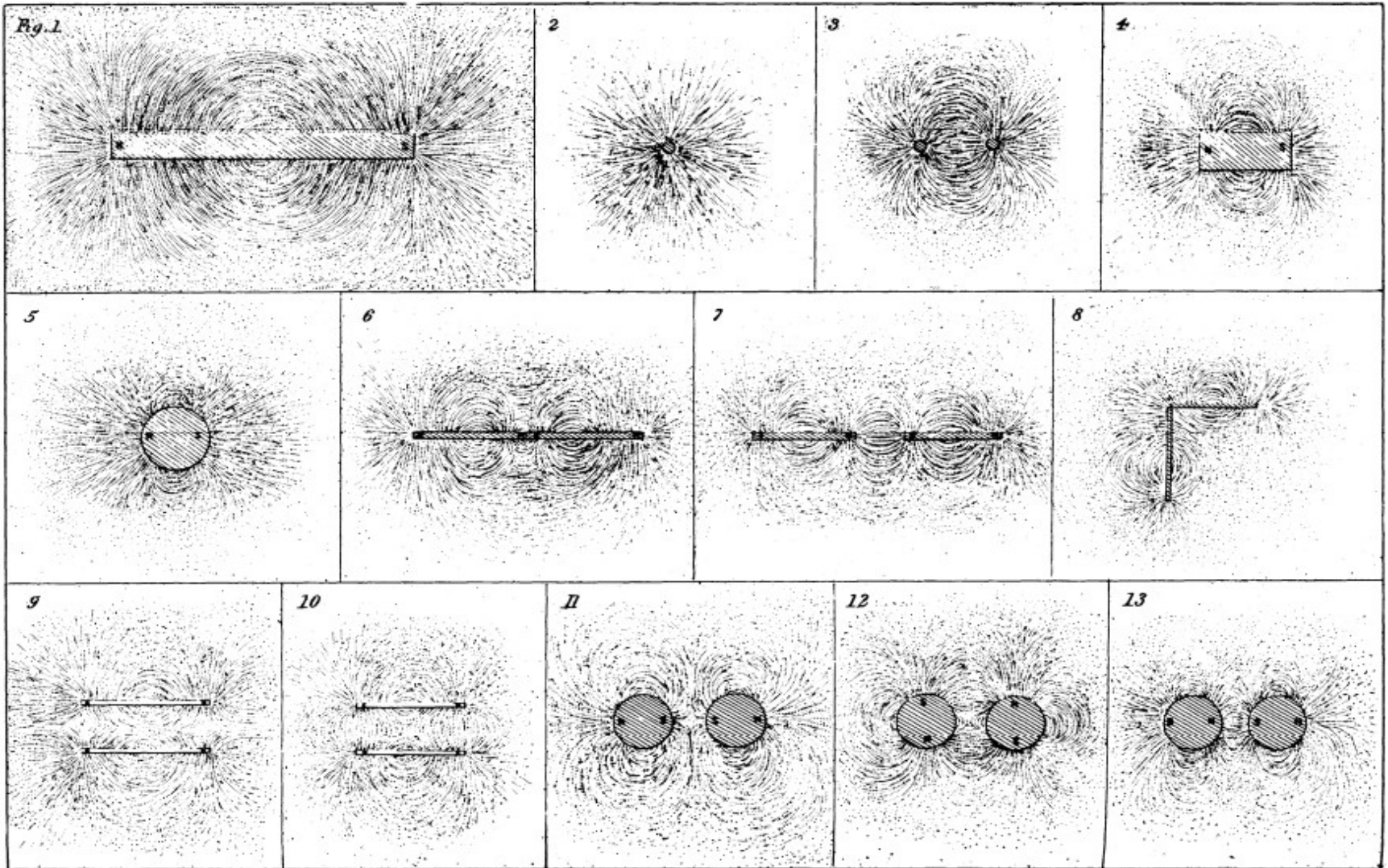


## Natężenie pola i linie sił pola magnetycznego

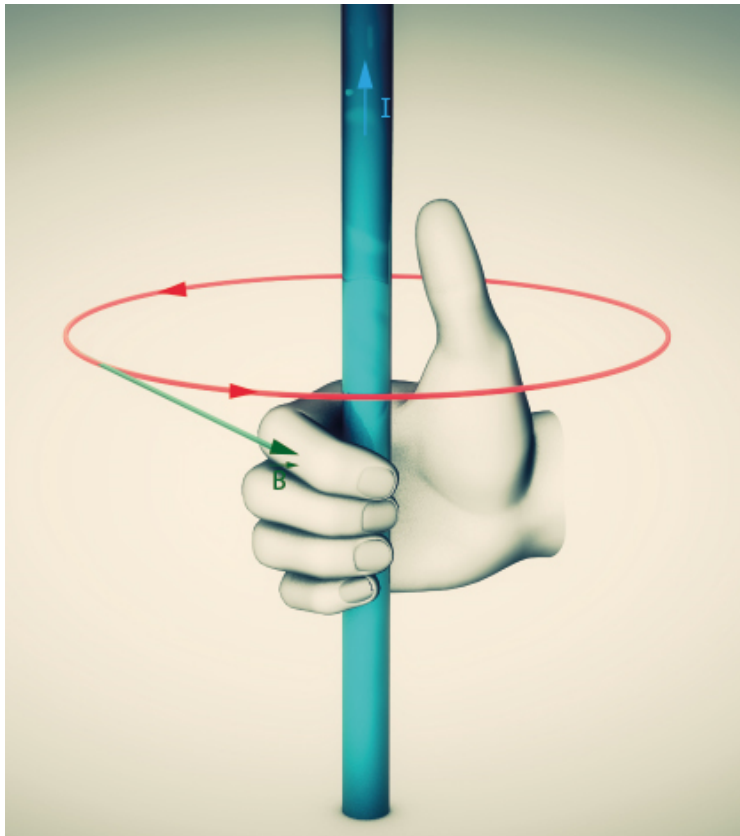
Linie sił pola magnetycznego są zawsze zamknięte nie tak jak linie sił pola elektrycznego, które zaczynają się i kończą na ładunkach

Pole magnetyczne prezentujemy graficznie rysując tzw. *linie pola magnetycznego* czyli linie wektora indukcji magnetycznej  $B$ . Wektor  $B$  jest styczny do tych linii pola w każdym punkcie, a rozmieszczenie linii obrazuje wielkość pola - im gęściej rozmieszczone są linie tym silniejsze jest pole. Najsilniejsze pole występuje w pobliżu końców magnesu czyli w pobliżu *biegunów magnetycznych*.

Linie sił pola magnetycznego są zawsze zamknięte nie tak jak linie sił pola elektrycznego, które zaczynają się i kończą na ładunkach



Źródłem pola magnetycznego są poruszające się ładunki elektryczne. Pole magnetyczne wokół przewodnika, w którym płynie prąd elektryczny.



$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$

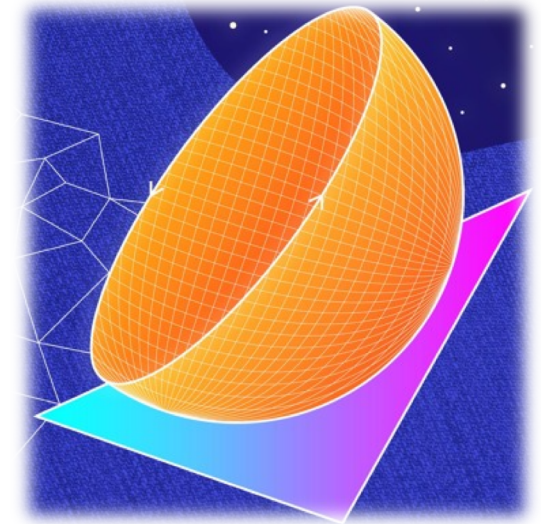
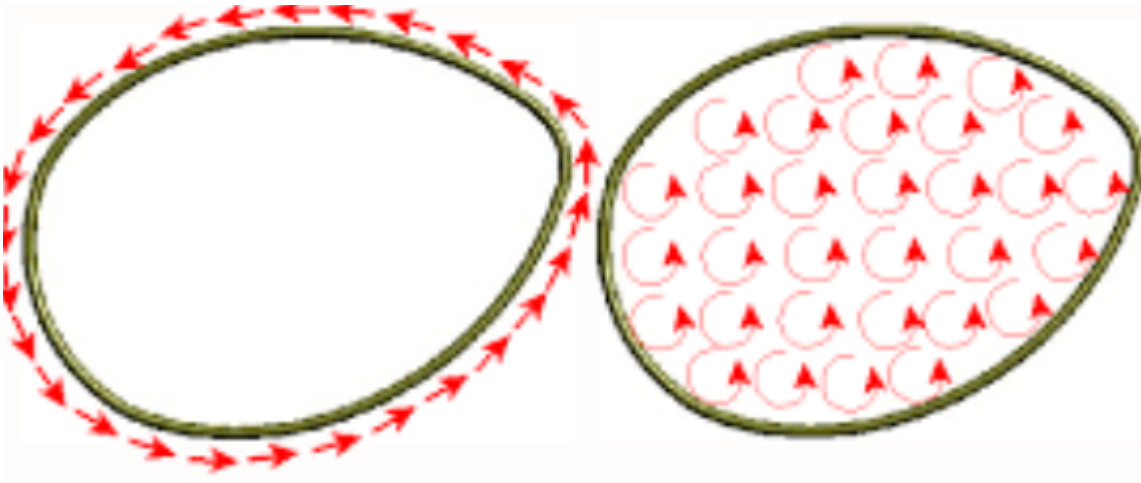
$I$  - natężenie prądu płynącego przez przewodnik  
 $r$  - odległość od przewodnika  
 $\mu_0$  - przenikalność magnetyczna próżni

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}$$

$\mu_0$  - przenikalność magnetyczna próżni  
 $I$  - natężenie prądu płynącego przez zwojnicę  
 $l$  - długość zwojnicy  
 $N$  - ilość zwojów

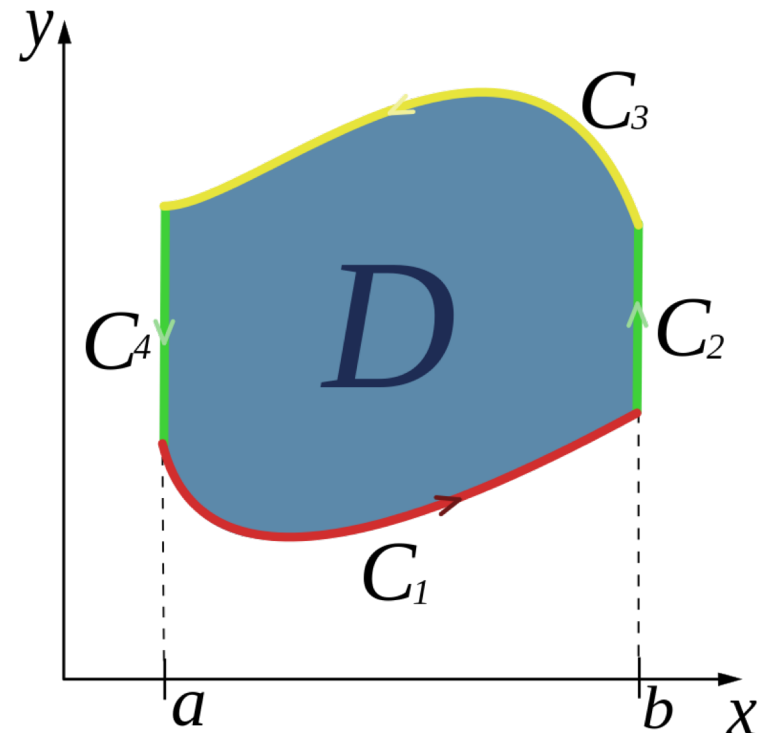
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m} = 12,57 \cdot 10^{-7} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$$

**Twierdzenie Stokesa** – twierdzenie mówiące, że cyrkulacja pola wektorowego po zamkniętym i zorientowanym konturze gładkim jest równa strumieniowi rotacji pola przez dowolną powierzchnię ograniczoną tym konturem. Twierdzenie to odgrywa ważną rolę w teorii pól. Używane jest w mechanice płynów, równaniach Maxwella i wielu innych. Twierdzenia **Greena** i **Ostrogradskiego - Gaussa** można traktować jako szczególne przypadki twierdzenia Stokesa.



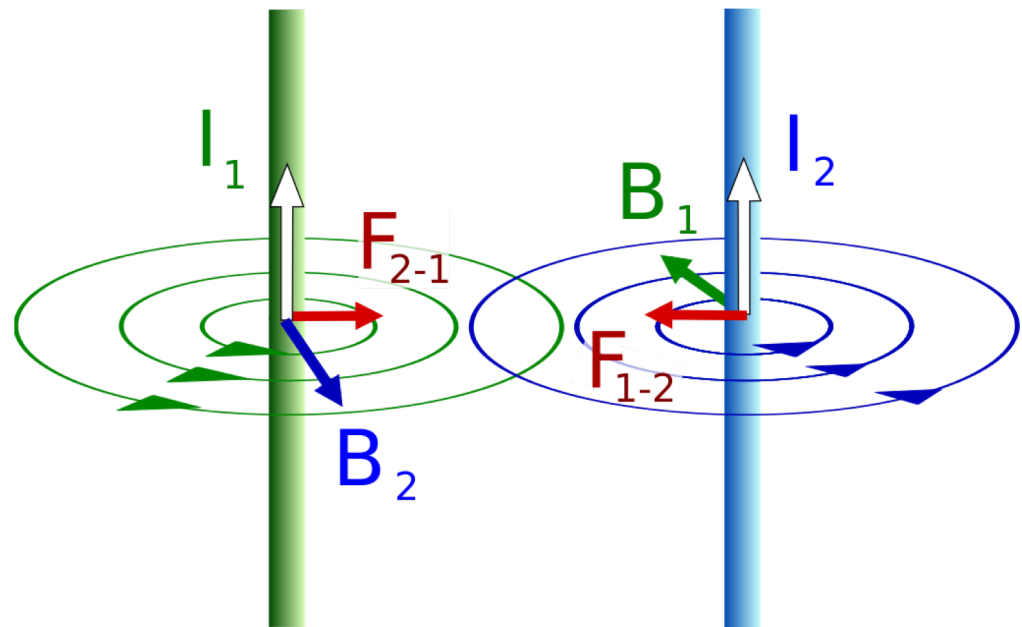
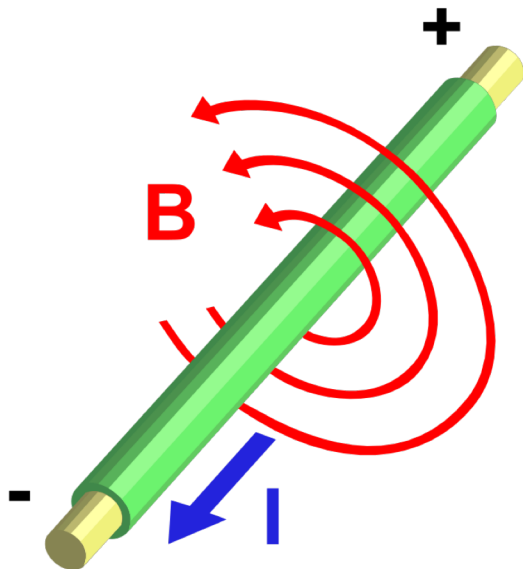
**Twierdzenie Greena** – twierdzenie matematyczne sformułowane przez angielskiego matematyka i fizyka George'a Greena. Jest to szczególny przypadek twierdzenia Stokesa.

Niech  $D$  będzie obszarem normalnym, takim że  $x \in [a, b]$  oraz  $g_1(x) < y < g_2(x)$ , wtedy brzeg  $D$  możemy podzielić na krzywe gładkie  $C_1, C_2, C_3, C_4$ , co dość dobrze obrazuje twierdzenie.



**Prawo Ampere'a** – prawo wiążące indukcję magnetyczną wokół przewodnika z prądem z natężeniem prądu elektrycznego przepływającego w tym przewodniku. Prawo to wynika z matematycznego twierdzenia Stokesa.

W wersji rozszerzonej przez J.C. Maxwella prawo to opisuje powstawanie pola magnetycznego w wyniku ruchu ładunku lub zmiany natężenia pola elektrycznego.



Cyrkulacja wektora natężenia pola magnetycznego jest równa sumie algebraicznej natężeń prądów płynących wewnątrz konturu całkowania.

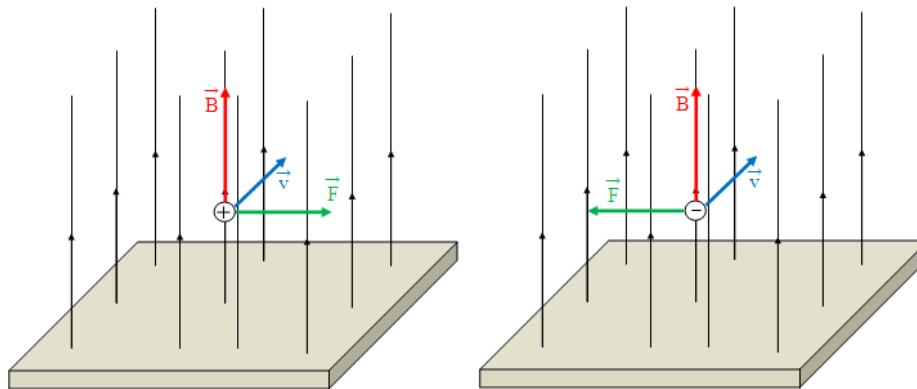
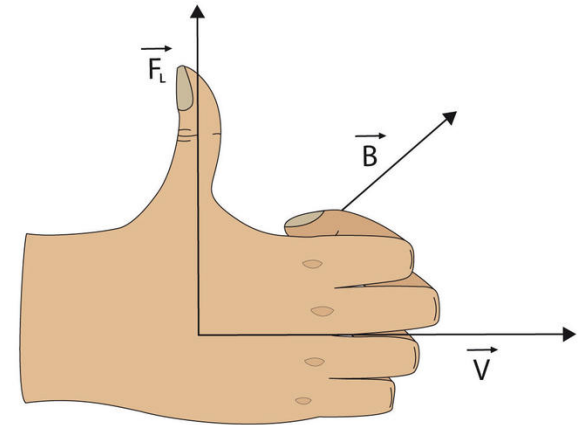
**Siła Lorentza** jest to siła, która działa na naładowaną cząstkę w ruchu w zewnętrznym polu magnetycznym.

Wzór na siłę Lorentza:

$$\vec{F} = q_0 (\vec{v} \times \vec{B})$$

gdzie:

- $F$  - wartość siły Lorentza,
- $q_0$  - ładunek elektryczny,
- $v$  - wartość prędkości ładunku elektrycznego,
- $B$  - wartość indukcji magnetycznej.



SIŁA LORENTZA

Z własności iloczynu wektorowego wynika, że wartość siły Lorentza jest równa:

$$F = |q_0|vB\sin\alpha$$

gdzie:

F - wartość siły Lorentza,

$|q_0|$  - wartość bezwzględna ładunku elektrycznego,

v - wartość prędkości ładunku elektrycznego,

B - wartość indukcji magnetycznej,

$\alpha$  - miara kąta między wektorem prędkości i wektorem indukcji magnetycznej.

Z powyższych wzorów wynika, że:

- jeżeli cząsteczka porusza się w kierunku linii sił pola magnetycznego, nie działa na nią siła Lorentza;
- jeżeli cząsteczka porusza się prostopadle do linii sił pola magnetycznego, wartość siły Lorentza jest maksymalna.

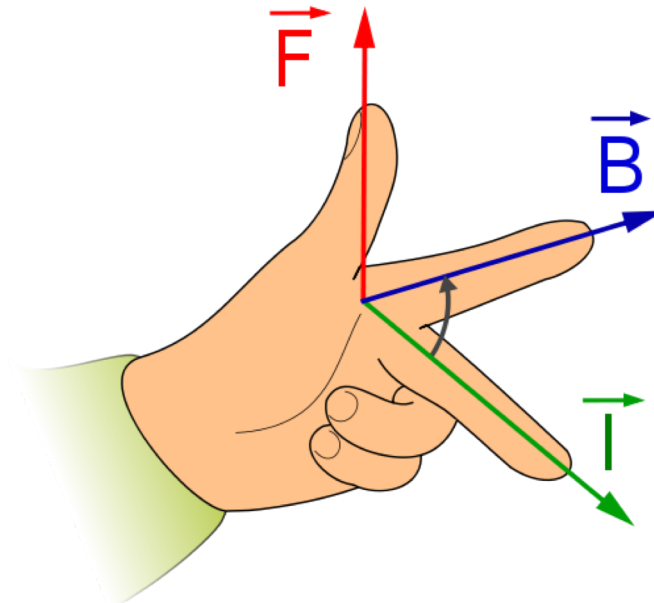
Siła Lorentza jest prostopadła do wektora prędkości i do wektora indukcji magnetycznej.

## REGUŁA LEWEJ DŁONI

Reguła lewej dłoni, zwana też regułą Fleminga.

Jeżeli lewą dłoń ustawimy w taki sposób, aby cztery palce wskazywały kierunek i zwrot wektora prędkości cząsteczki, a linie sił pola będą wchodzić w dłoń od wewnętrznej strony (koniec wektora indukcji wskazuje wewnętrzną część dłoni), to odchylony kciuk wskaże kierunek i zwrot siły Lorentza, jaka działa na dodatnio naładowaną cząstkę. W przypadku cząstki naładowanej ujemnie zwrot siły Lorentza będzie przeciwny.

kciuk - kierunek i zwrot siły magnetycznej ( $F$ )  
palec wskazujący - kierunek linii pola magnetycznego i kierunek wektora indukcji magnetycznej ( $B$ )  
palec środkowy - zwrot przepływu prądu w przewodniku ( $I$ )



## Indukcja magnetyczna pola wytworzonego przez przewodnik prostoliniowy z prądem

Wartość indukcji pola magnetycznego, wytworzonego przez nieskończenie długi, prostoliniowy przewodnik z prądem jest równa:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

gdzie:

B - wartość indukcji magnetycznej,

I - natężenie prądu,

$\mu_0$  - przenikalność magnetyczna próżni,

r - odległość od przewodnika.

## Indukcja magnetyczna pola wytworzonego przez przewodnik kołowy z prądem

Wartość indukcji pola magnetycznego, wytworzonego przez kołowy przewodnik z prądem w środku tego przewodnika jest równa:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

gdzie:

B - wartość indukcji magnetycznej,

I - natężenie prądu,

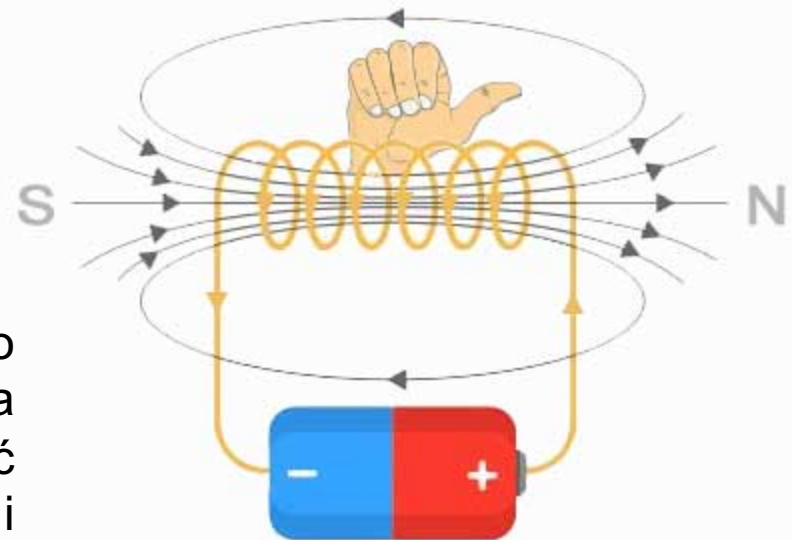
$\mu_0$  - przenikalność magnetyczna próżni,

r - promień przewodnika

**Solenoid** - jest to przewodnik złożony ze zwojów, zazwyczaj nawiniętych na powierzchnię walca, pierścienia, tworzących spiralę, bez magnetycznego rdzenia.

Solenoid z rdzeniem magnetycznym to **cewka** lub **zwojnica**.

Gdy przez solenoid popłynie prąd elektryczny, na jego końcach zostaną wytworzone bieguny magnetyczne. Do określenia biegunów magnetycznych możemy zastosować regułę prawej dłoni (cztery palce wskazują kierunek prądu w solenoidzie, a kciuk, zwrot i kierunek linii sił pola magnetycznego wewnątrz solenoidu).



Linie pola elektrycznego wewnątrz bardzo długiego solenoidu są równoległe, a samo **pole jednorodne**, co jest dość istotne dla wielu rozważań naukowych i zastosowań technicznych.

## Indukcja magnetyczna pola wytworzonego przez solenoid

Wartość indukcji pola magnetycznego wewnątrz bardzo długiego solenoidu z gęsto nawiniętymi zwojami, przez który płynie prąd elektryczny jest równa:

$$B = \frac{\mu_0 n I}{l} = \mu_0 N I$$

gdzie:

B - wartość indukcji magnetycznej,

l - natężenie prądu,

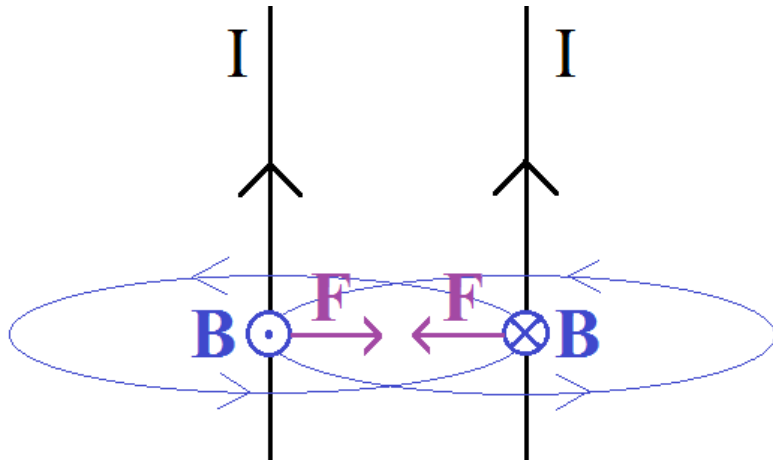
$\mu_0$  - przenikalność magnetyczna próżni,

l - długość solenoidu,

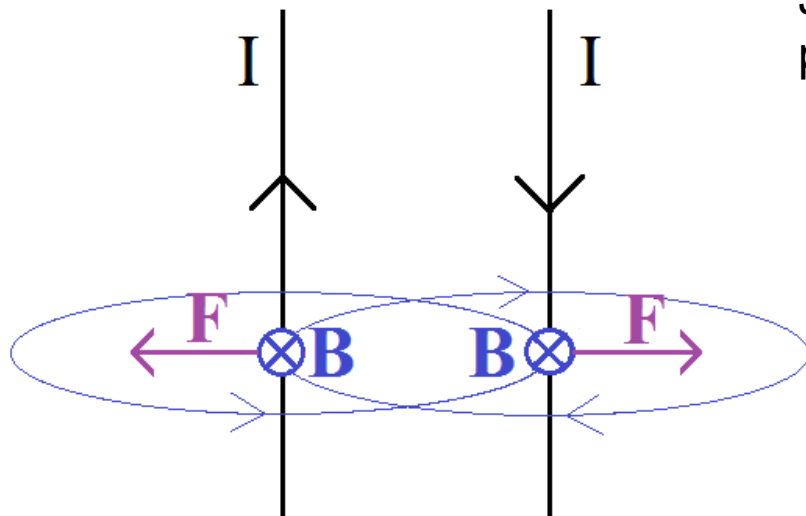
n - liczba zwojów,

N - liczba zwojów na jednostkę długości.

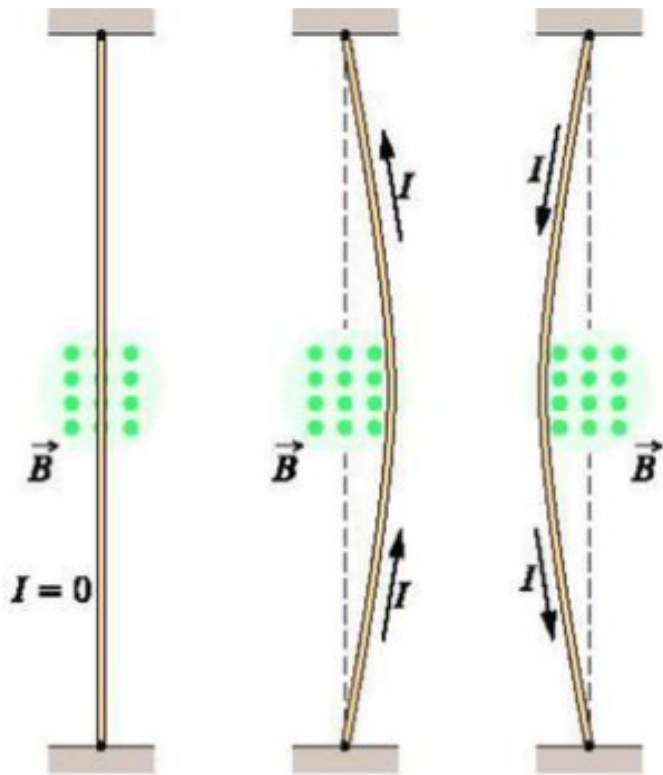




Jeśli w dwóch przewodnikach płynie prąd w tę samą stronę, przewodniki przyciągają się.



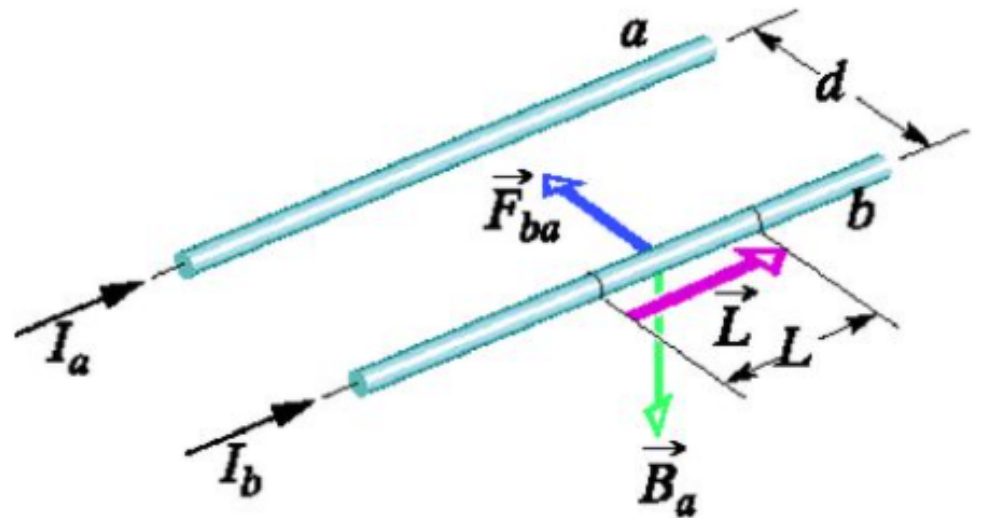
Jeśli w dwóch przewodnikach płynie prąd w przeciwną stronę, przewodniki odpychają się.



$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}$$

$$F_{ba} = LI_b B_a \sin 90^\circ$$

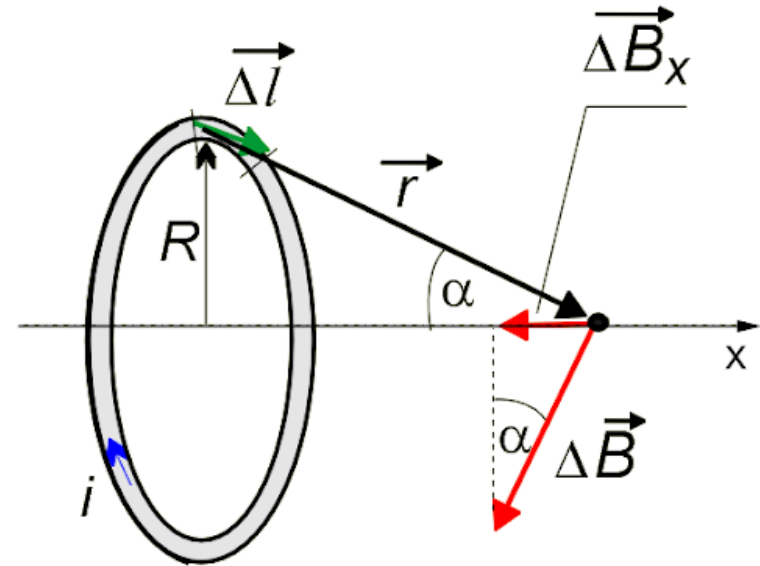
$$F_{ba} = \frac{\mu_0 L I_b I_a}{2\pi d}$$



**Prawo Biota-Savarta** – służy do wyznaczania wartości indukcji pola magnetycznego  $\Delta B$  w określonym punkcie, powodowanej przez bardzo mały odcinek przewodnika  $d\vec{l}$ , przez który przepływa prąd o natężeniu  $I$ .

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r}$$



Pozwala określić w dowolnym punkcie przestrzeni indukcję pola magnetycznego, której źródłem jest element przewodnika, przez który płynie prąd elektryczny.

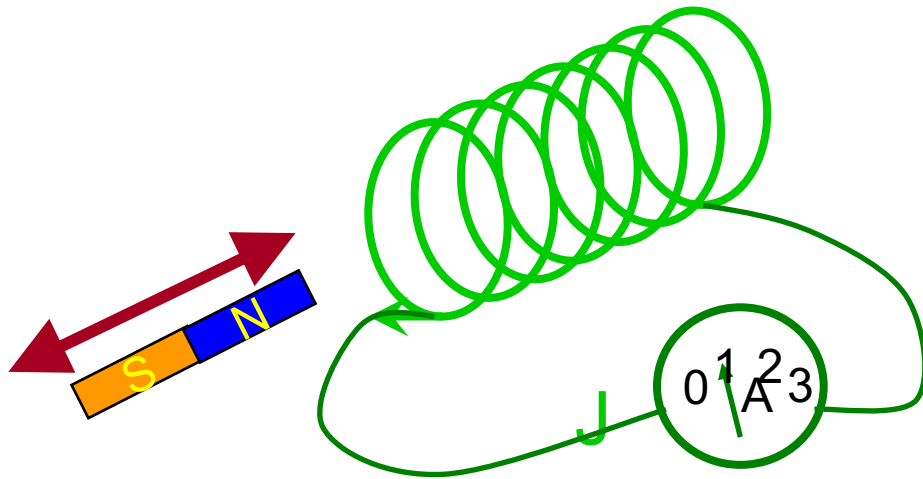
## PRAWO INDUKCJI FARADAYA

Prawo indukcji Faradaya głosi, że siła elektromotoryczna indukcji (SEM –  $\epsilon$ ) jest wprost proporcjonalna do szybkości zmian strumienia magnetycznego ( $\Phi$ ) przechodzącego przez dany obwód zamknięty:

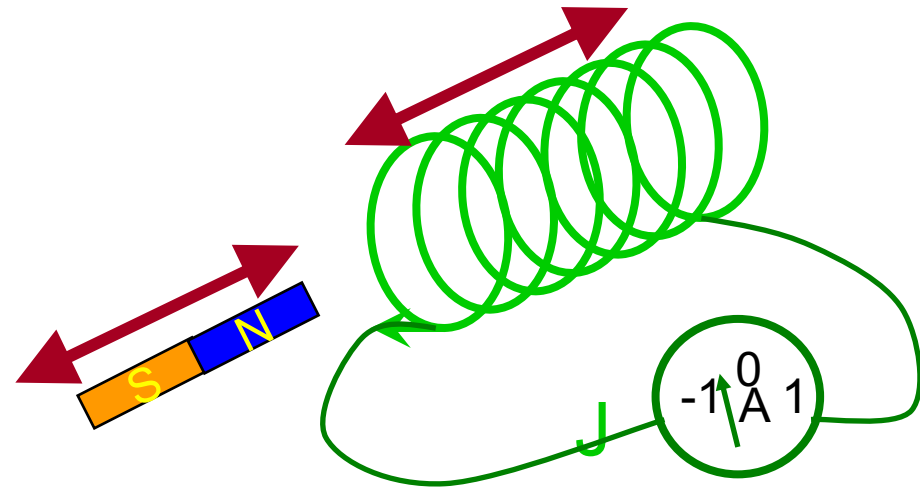
$$\epsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \qquad \Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

Im szybsza jest zmiana strumienia tym SEM osiąga większą wartość, co z kolei skutkuje pojawieniem się prądu o większym natężeniu. Ponieważ strumień pola magnetycznego jest równy  $\Phi$ , to jego zmiana może być rezultatem zmiany trzech wielkości:

- Wartości indukcji pola magnetycznego (B).
- Pola powierzchni (S) obwodu obejmowanego przez pole magnetyczne.
- Kąta ( $\alpha$ ) pomiędzy wektorem indukcji pola magnetycznego i wektorem powierzchni.

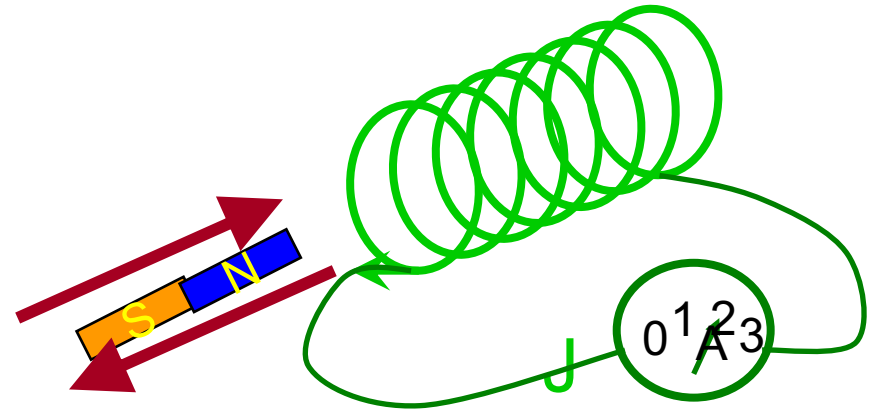
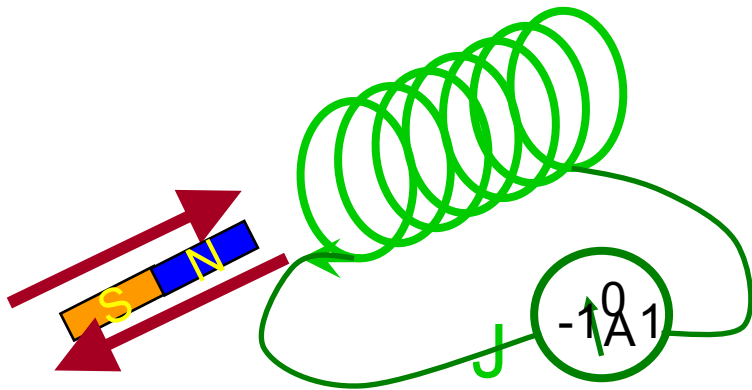


Zmiennym polem magnetycznym indukujemy prąd w obwodzie elektrycznym



Efekt nie zależy od tego czy poruszamy cewką czy magnesem,  
Prąd jest większy przy większej powierzchni cewki

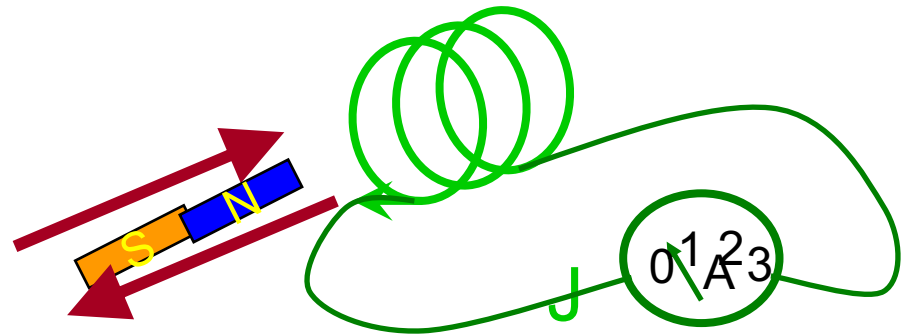
## Doświadczenie Faraday'a



Kierunek prądu jest przeciwny przy  
wsuwaniu i wysuwaniu

Kierunek prądu zmienia się, gdy  
zmienimy orientację magnesu

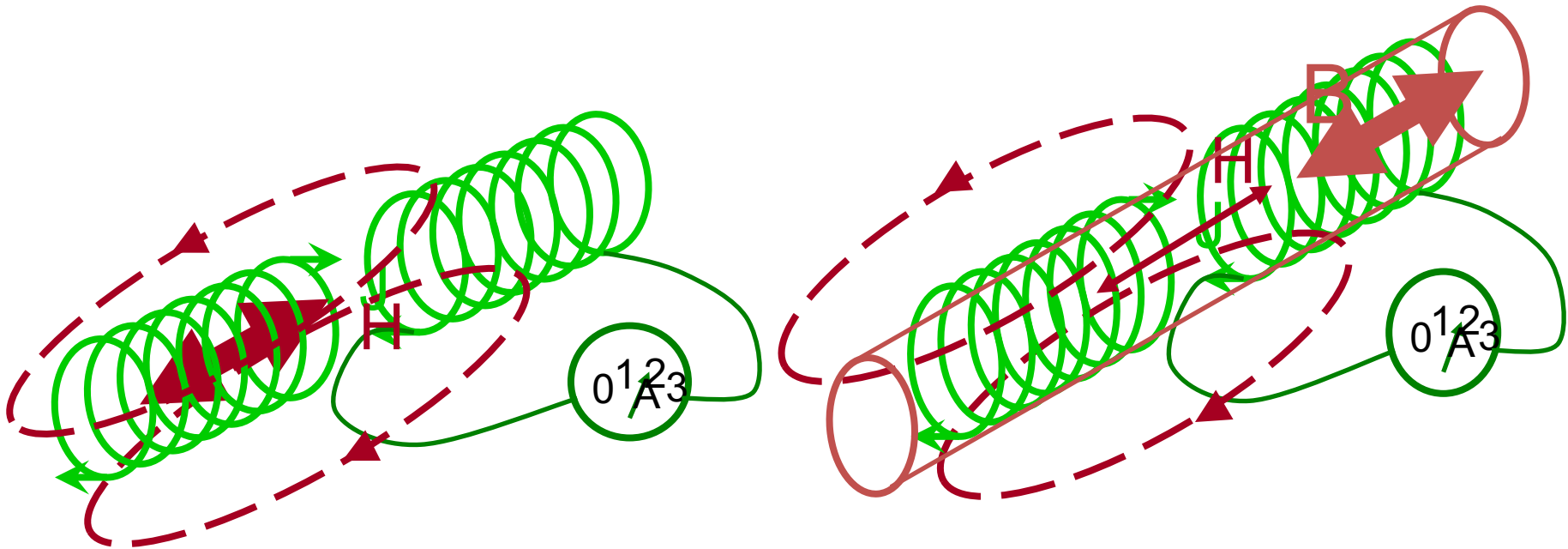
Prąd jest większy przy większym  
magnesie.



Prąd rośnie z ilością zwojów

## Prąd indukowany:

- jest efektem czysto dynamicznym
- skaluje się z szybkością zmian (pochodną) strumienia pola magnetycznego
- skaluje się z ilością zwojów

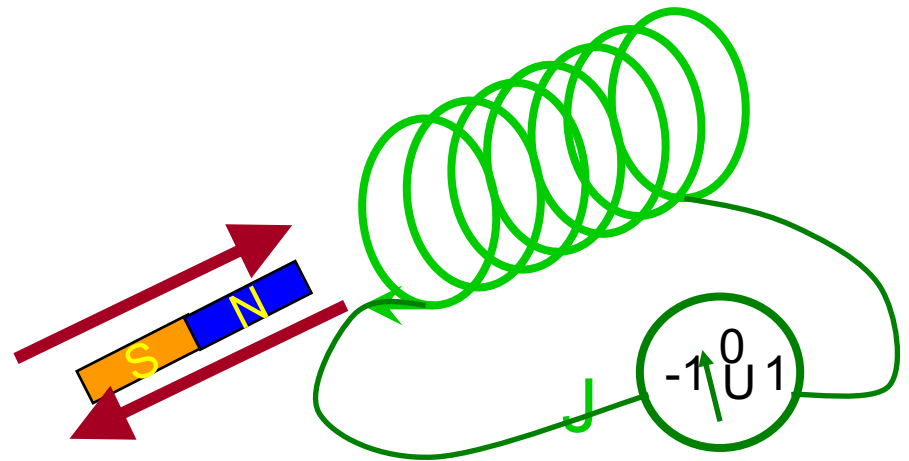


Zmienny prąd w cewce pierwotnej indukuje prąd w cewce wtórnej

Umieszczenie rdzenia ferromagnetycznego w cewkach znacznie zwiększa indukowany prąd

*Strumień pola magnetycznego*

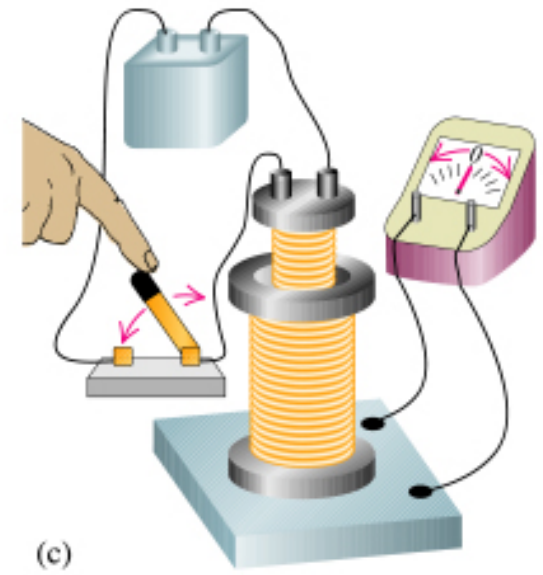
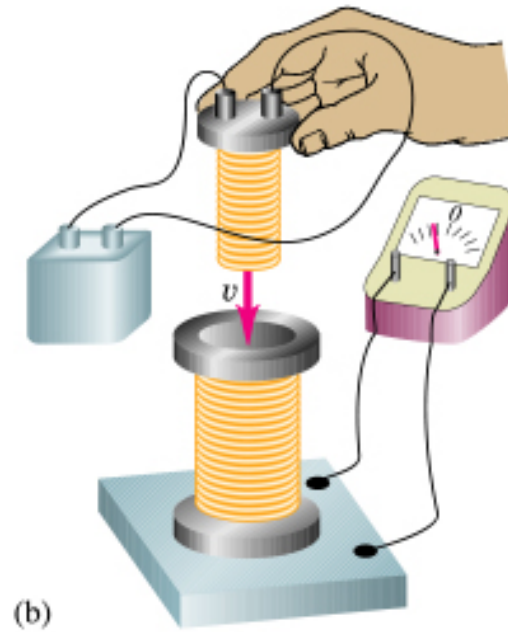
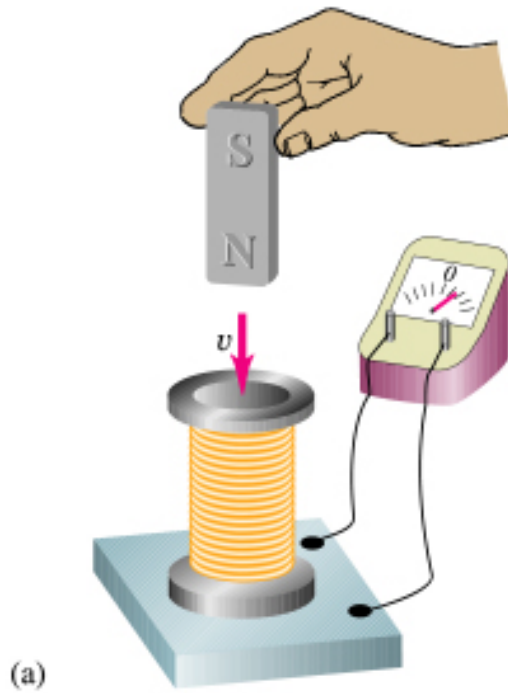
$$\phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{s}$$



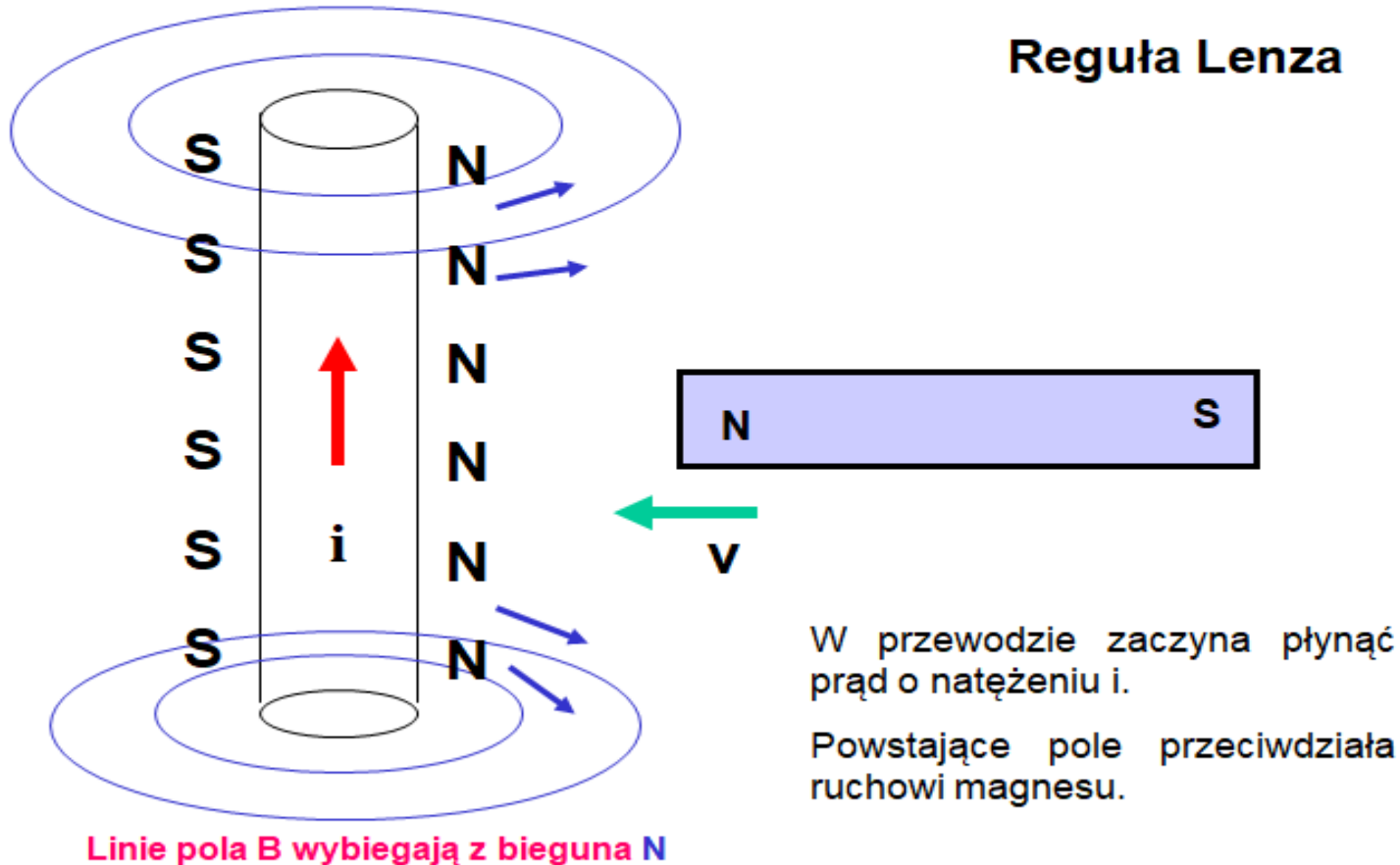
Siła elektromotoryczna indukowania w cewce

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

# PRAWO FARADAY'A



## Reguła Lenza

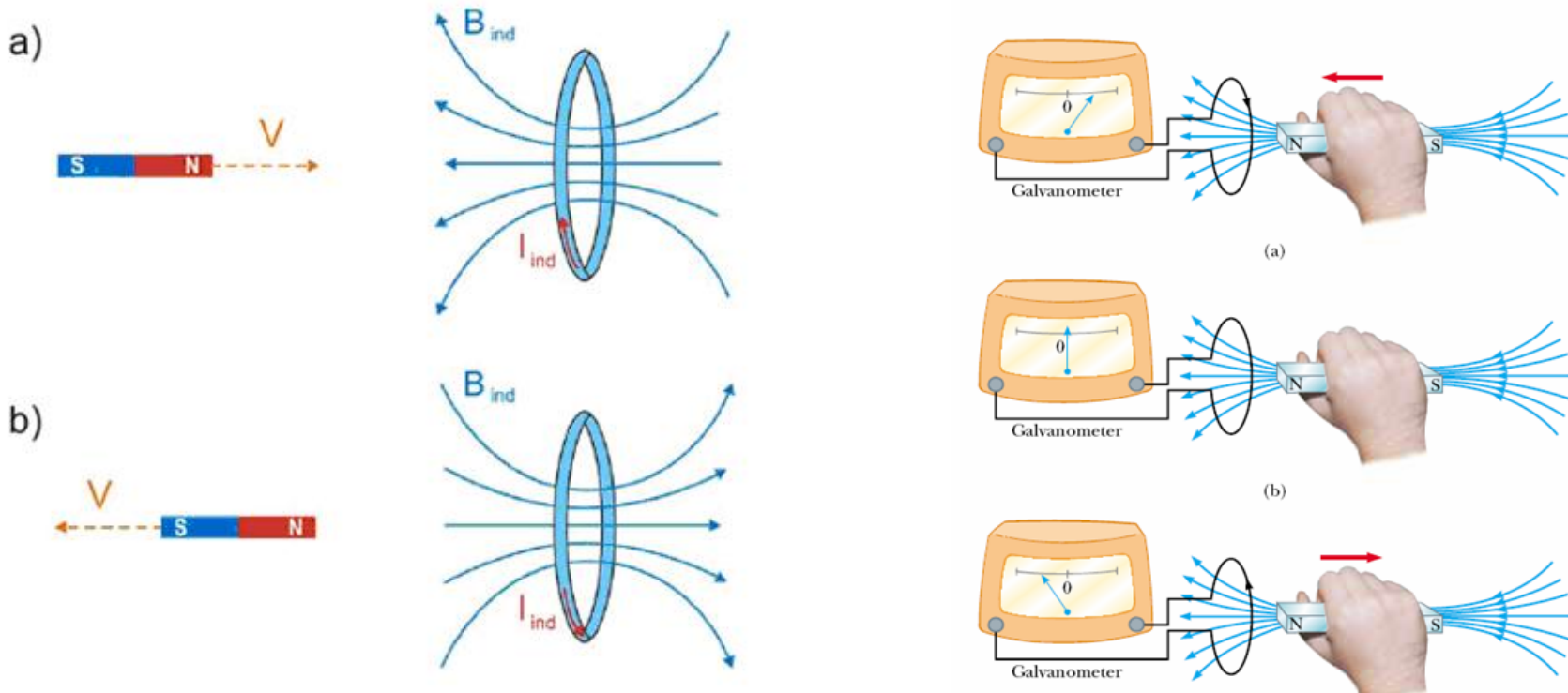


Mówi ona, że prąd indukcyjny (nazywany też prądem wtórnym) wzbudzony w przewodniku pod wpływem zmiennego pola magnetycznego, ma zawsze taki kierunek, że wytworzone wtórne pole magnetyczne przeciwdziała przyczynie (czyli zmianie pierwotnego pola magnetycznego), która go wywołała.

## REGUŁA LENZA

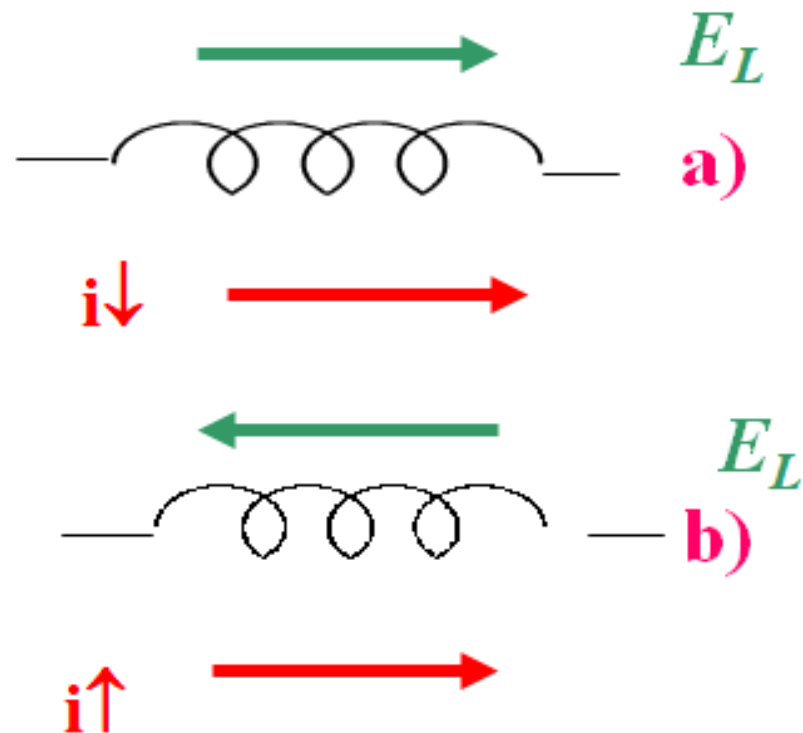
"Każde zdarzenie wywołuje skutki, które działają przeciw zdarzeniu, które je wywołało."

Prąd indukowany w petli ma taki kierunek, że przeciwstawia się zmianie, która go wywołała. Kierunek prądu indukowanego w pętli zależy od tego czy strumień rośnie czy maleje (zbliżamy czy oddalamy magnes).



Wyobraźmy sobie, że nawinęliśmy cewkę. Zauważamy różne kierunki siły elektromotorycznej  $E_L$

Kierunek SEM można otrzymać z reguły Lenza.



W przewodzie a) prąd maleje, a w przewodzie b) rośnie.  $E_L$  - siła elektromotoryczna w obu przypadkach przeciwdziała zmianie prądu.

Aby zapobiec zmniejszeniu się prądu, indukowana SEM musi mieć ten sam kierunek co prąd. Jeżeli prąd wzrasta, indukowana SEM musi mieć kierunek przeciwny.

## Obliczanie indukcyjności cewki.

Indukcyjność ściśle  
nawiniętej cewki:



$$L = \frac{N\Phi_B}{i}$$

Dla długiego solenoidu o  
długości  $l$ , przekroju  $S$  i  
ilości zwojów na jednostkę  
długości  $n$ :



$$N\Phi_B = nlBS$$

Na podstawie prawa  
Ampere'a można  
wykazać, że indukcja  
**B** solenoidu wynosi:



$$B = \mu_0 ni$$

## Związek między wektorami magnetycznymi

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$$

indukcja

natężenie  
pola

namagnesowanie

B - Indukcja magnetyczna – wszelkie prądy

H – Natężenie pola magnetycznego – prądy rzeczywiste

M – Namagnesowanie (dipolowy moment magnetyczny na jednostkę objętości)

## Równania Maxwella

Prawo Gaussa dla elektryczności  $\rightarrow \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q$

Prawo Gaussa dla magnetyzmu  $\rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

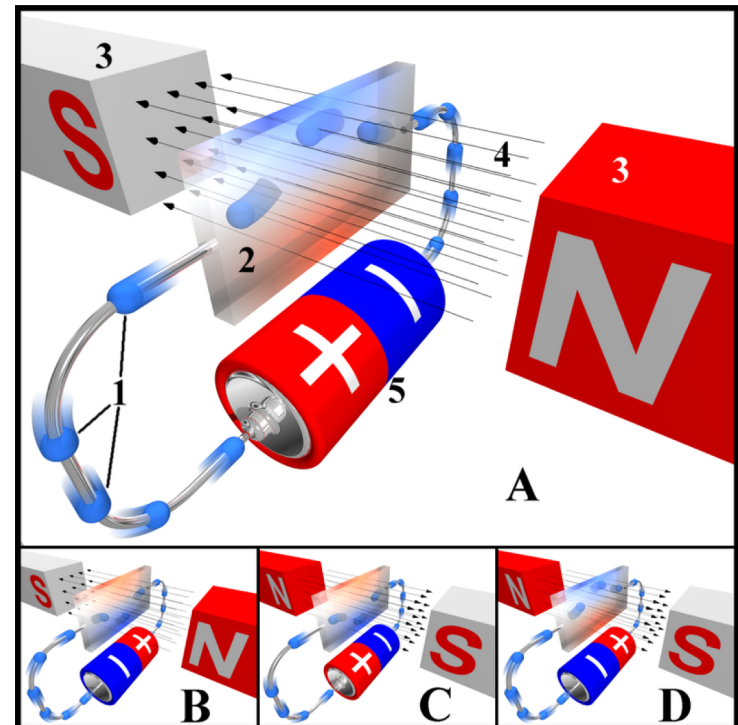
Prawo indukcji Faradaya  $\rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Prawo Ampera'a  $\rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left( \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + i \right)$

## EFEKT HALLA

Zjawisko fizyczne polegające na wystąpieniu różnicy potencjałów w przewodniku, w którym płynie prąd elektryczny, gdy przewodnik znajduje się w poprzecznym do płynącego prądu polu magnetycznym. Ta różnica potencjałów, zwana napięciem Halla, pojawia się między płaszczyznami ograniczającymi przewodnik, prostopadle do płaszczyzny wyznaczonej przez kierunek prądu i wektor indukcji magnetycznej. Jest ona spowodowana działaniem siły Lorentza na ładunki poruszające się w polu magnetycznym.

Efekt Halla w telefonach został wykorzystany w postaci czujnika Halla, który sprawia, że telefon reaguje na otwarcie i zamknięcie klapki od etui. W klapce etui umieszcza się jeden mały magnes, drugi zaś montuje się w samym smartfonie. Obok producenci montują czujnik Halla. Mierzy on zmianę natężenia pola magnetycznego, dzięki czemu telefon „wie”, kiedy etui jest otwarte, a kiedy zamknięte. To z kolei sprawia, że po otwarciu pokrowca urządzenie automatycznie wybudza się ze stanu uśpienia. Gdy klapa etui zakrywa ekran, a więc pojawia się pole magnetyczne, ekran zostaje automatycznie wyłączony.



## PRĄDY WIROWE

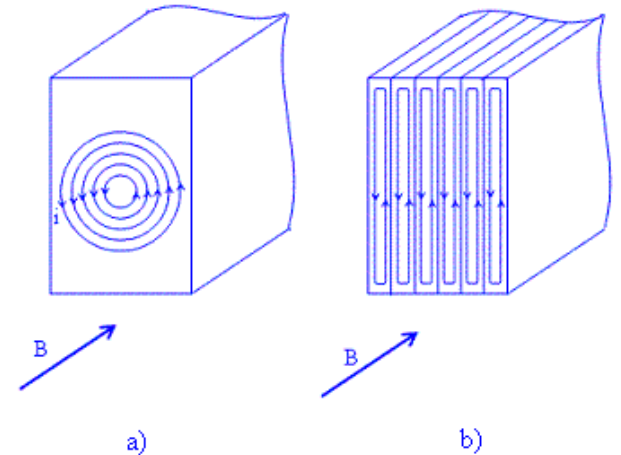
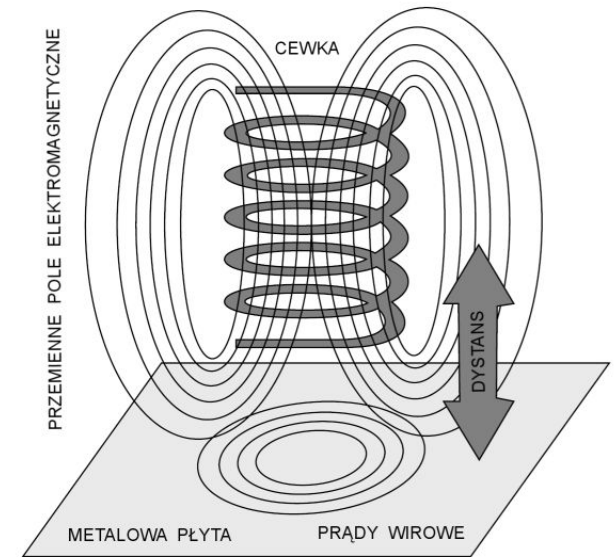
Prądy wirowe (prądy Foucaulta) – prądy indukcyjne wzbudzone w metalach znajdujących się w zmiennym polu magnetycznym

### Zastosowania

Metoda prądów wirowych polega na wzbudzaniu zmiennego pola elektromagnetycznego w badanym materiale i odbieraniu reakcji materiału poprzez sondę badawczą.

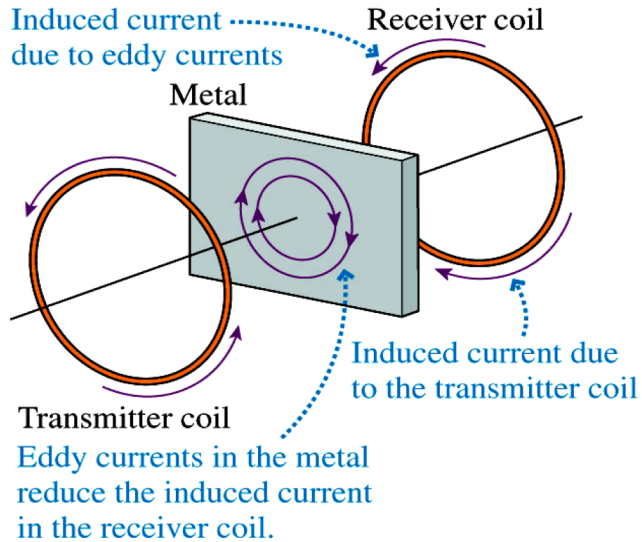
### Zakres badań materiałowych:

- rodzaju materiału
- grubości materiału
- grubości powłok metalicznych jak i niemetalicznych np. powłok lakierniczych
- warunków obróbki cieplnej jak i uszkodzeń na skutek obróbki cieplnej
- głębokości zahartowania powierzchni, twardości powierzchni
- diagnostyki maszyn do pomiarów drgań - giętych i wzdłużnych, np. wałów
- defektoskopii wiroprądowej tj. pomiaru struktury metali pod kątem rys, zawałowań, pęknięć, pustek i wtrąceń np. rur, wałów.

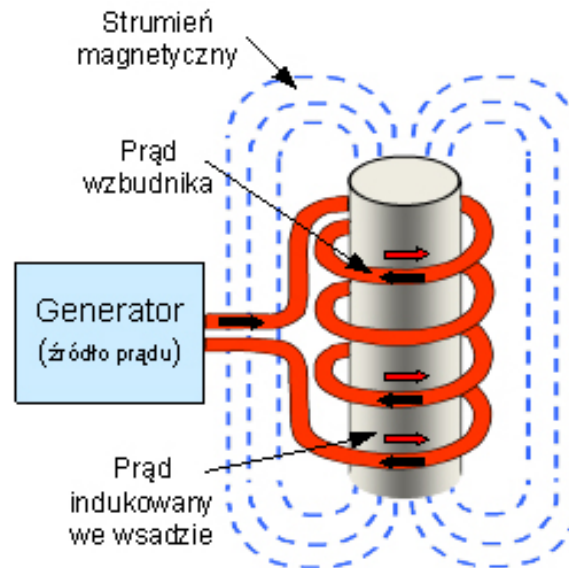


## PRĄDY WIROWE

Wykrywacz metali (nie tylko magnetycznych jak żelazo)



Piece indukcyjne - cewki zasilane prądem o wysokiej częstotliwości (tysiące Hz) i dużym natężeniu (kilkuset A).



Kuchenki indukcyjne

## PRĄDY WIOWE

Aluminiowa tarcza porusza się pod wpływem wirowego pola magnetycznego wytworzonego przez dwie cewki. W jednej cewce płynie prąd proporcjonalny do natężenia prądu pobieranego przez odbiorcę, w drugiej do napięcia. Cewki są tak umieszczone, że powstający moment napędowy jest proporcjonalny do iloczynu chwilowej wartości prądu i napięcia (a więc licznik "mierzy" moc czynną), a ten z kolei jest równoważony poprzez moment hamujący, który powstaje w wyniku obrotu tarczy między biegunami magnesu trwałego i jest proporcjonalny do szybkości ruchu tarczy.

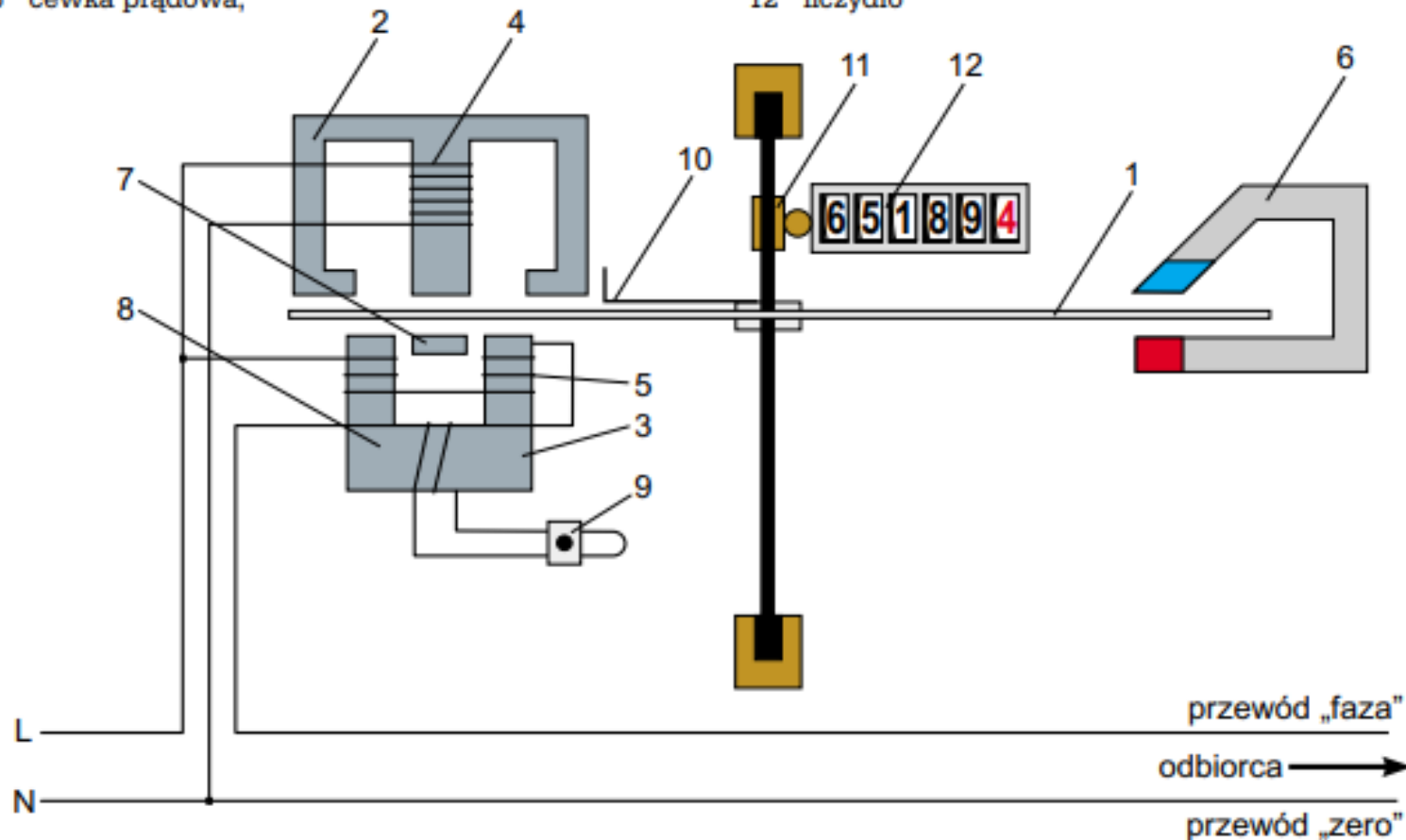


## PRĄDY WIROWE

Uproszczony schemat jednofazowego licznika indukcyjnego:

- 1 tarcza aluminiowa,
- 2 rdzeń napięciowy,
- 3 rdzeń prądowy,
- 4 cewka napięciowa,
- 5 cewka prądowa,

- 6 magnes hamujący,
- 7 bocznik magnetyczny,
- 8 zwoje zwarte,
- 9 zwora do regulacji rezystancji zwojów zwartych,
- 10 chorągiewka hamująca,
- 11 przekładnia ślimakowa,
- 12 liczydło



## MATERIAŁY MAGNETYCZNE

**Materiał magnetyczny** – materiał wykazujący własności magnetyczne. Wszystkie pierwiastki chemiczne i wszystkie ich związki chemiczne wykazują pewne własności magnetyczne. Istnieje kilka podstawowych typów materiałów magnetycznych:

- a) diamagnetyki
- b) paramagnetyki
- c) ferromagnetyki
- d) ferrimagnetyki
- e) antyferromagnetyki

Przewody umieszczane z prądem umieszczone są w powietrzu lub w próżni. W praktycznych zastosowaniach przewody przewodzące prąd są często umieszczane wokół rdzenia z litego żelaza. Obecność żelaza lub innych materiałów ferromagnetycznych zwiększa pole magnetyczne i często sprawia, że jest ono kilka tysięcy razy silniejsze niż bez rdzenia.

Paramagnetyki magnetyzują się zgodnie ze zwrotem pola zewnętrznego, Diamagnetyki magnetyzują się przeciwnie do zwrotu pola zewnętrznego. W obydwu typach substancji efekt magnetyzacji jest bardzo mały

## DIAMAGNETYZM

Diamagnetyzm – zjawisko polegające na indukcji w ciele znajdującym się w zewnętrznym polu magnetycznym pola przeciwnego, osłabiającego działanie zewnętrznego pola. W atomach pod wpływem zewnętrznego pola magnetycznego indukują się elementarne momenty magnetyczne przeciwnie skierowane do pola zewnętrznego

	He	Ne	Ar	Kr	Xe
$\chi_M \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3/\text{mol}$	-1.9	-7.2	-19.4	-28	-43

Bi  $-1.66 \cdot 10^{-4}$

Hg  $-3.20 \cdot 10^{-5}$

Pb  $-1.70 \cdot 10^{-5}$

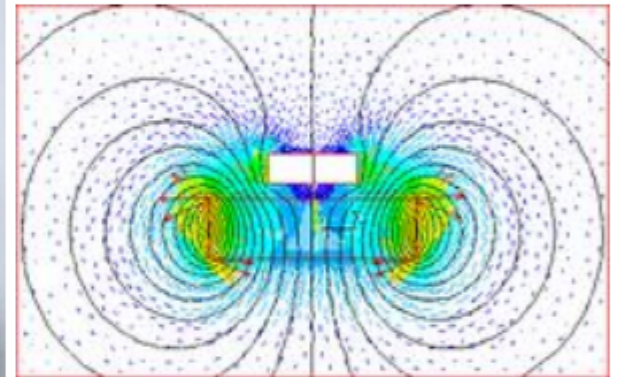
Cu  $-0.98 \cdot 10^{-5}$

Au  $-3.60 \cdot 10^{-5}$

Dla diamagnetyków podatność magnetyczna  $\chi < 0$

## DIAMAGNETYZM

### Lewitacja diamagnetyka



## PARAMAGNETYZM

Zjawisko magnesowania się makroskopowego ciała w zewnętrznym polu magnetycznym w kierunku zgodnym z kierunkiem pola zewnętrznego. Są one przyciągane przez magnes, jednak znacznie słabiej niż ferromagnetyki. W niezbyt niskich temperaturach oraz dla niezbyt silnych pól magnetycznych paramagnetyki wykazują liniową zależność namagnesowania od pola zewnętrznego

- w atomach, cząsteczkach i defektach sieciowych, mających nieparzystą liczbę elektronów (swobodne atomy sodu, gazowy tlenek azotu (NO), wolne rodniki organiczne)

- w swobodnych atomach i jonach z częściowo wypełnioną powłoką wewnętrzną (pierwiastki grupy przejściowej, pierwiastki ziem rzadkich i aktynowce,  $Mn^{2+}$ ,  $Gd^{3+}$ ,  $U^{4+}$ )

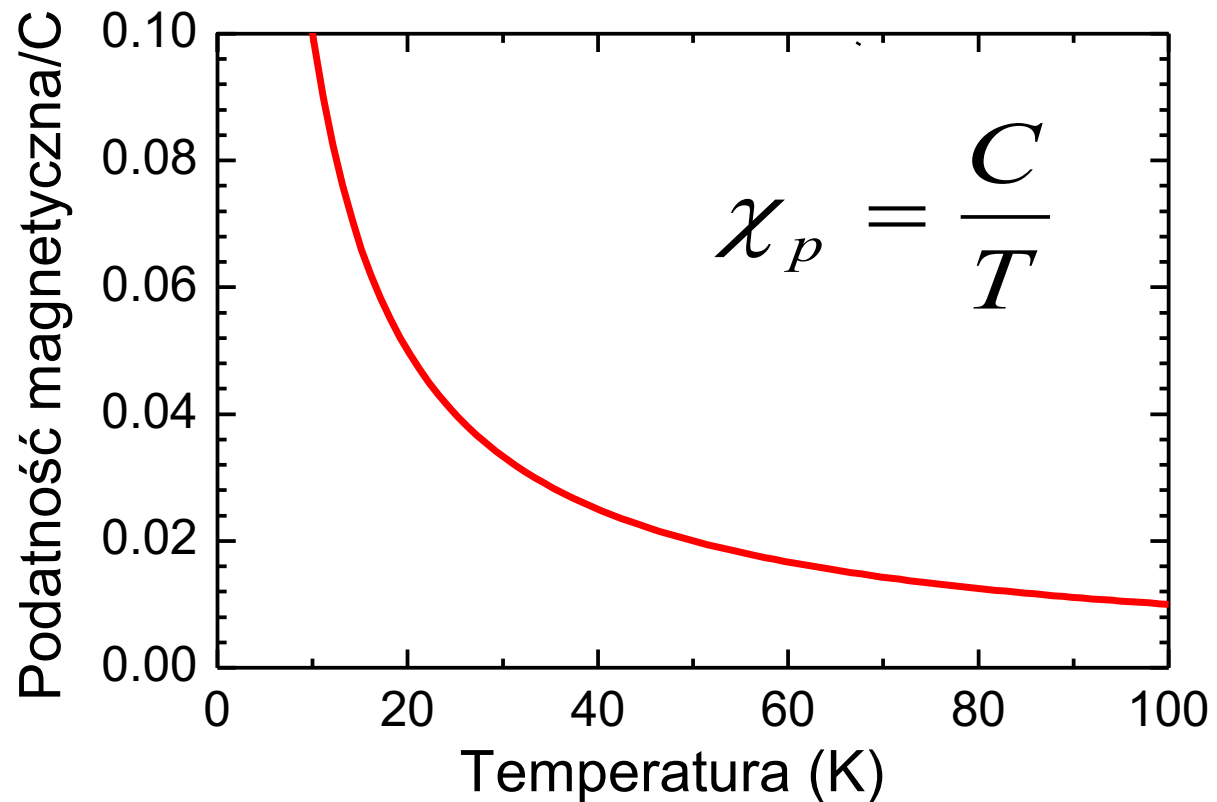
- w kilku związkach o parzystej liczbie elektronów (np. cząsteczkowy tlen i podwójne rodniki organiczne)

- w metalach

$$\chi_p = \frac{C}{T}$$

Dla paramagnetyków podatność magnetyczna  $\chi > 0$

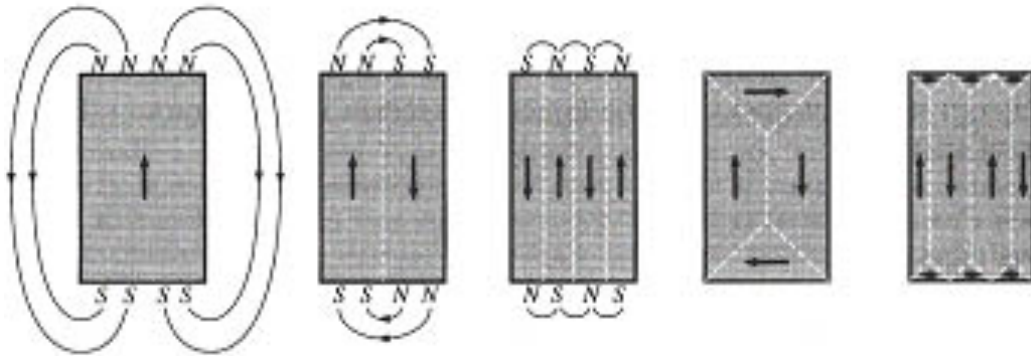
**Podatność magnetyczna** – współczynnik proporcjonalności w równaniu określającym wielkość namagnesowania jako funkcję natężenia pola magnetycznego



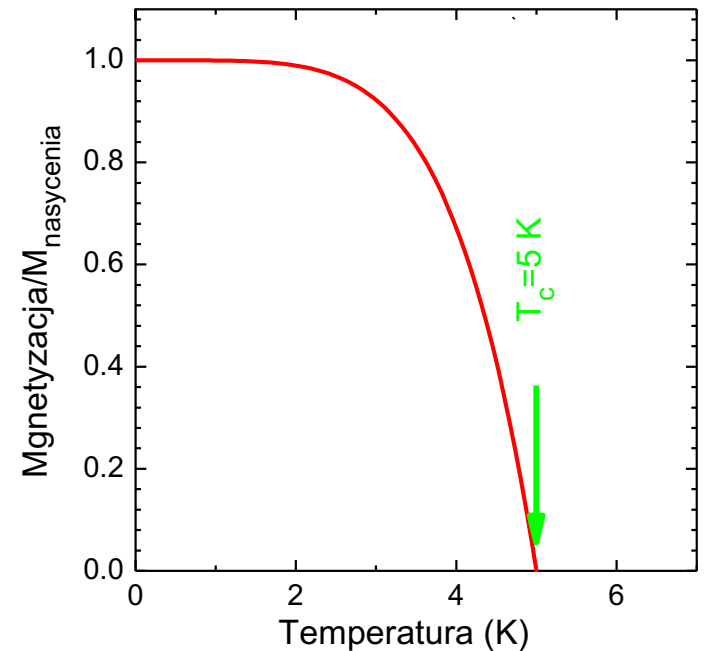
## FERROMAGNETYZM

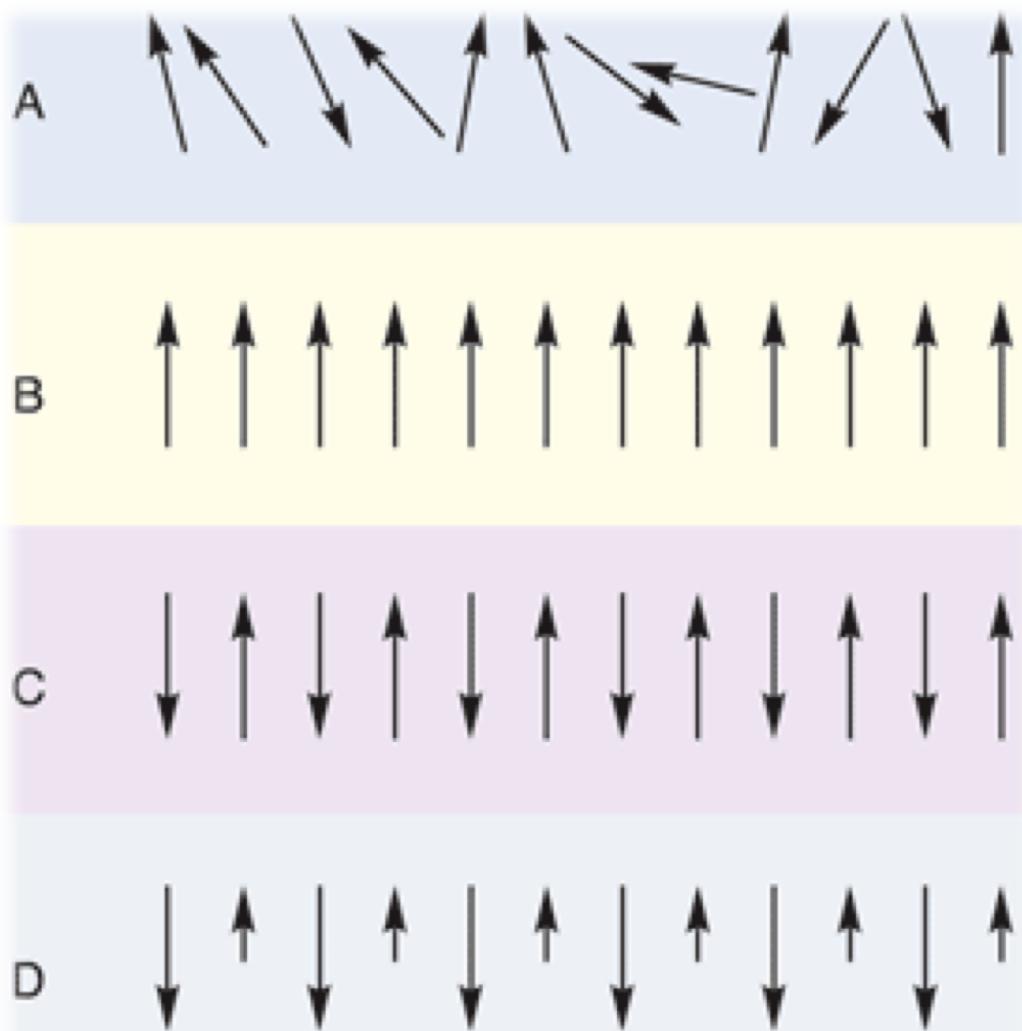
Zjawisko, w którym materia wykazuje własne, spontaniczne namagnesowanie

$$\chi = \frac{M}{B_a} = \frac{C}{T - T_c}$$



Dla ferromagnetyków podatność magnetyczna  $\chi \gg 0$





- A) paramagnetyk
- B) ferromagnetyk
- C) antyferromagnetyk
- D) ferrimagnetyk

## MAGNETOSTRYKCJA

Zjawisko powstawania odkształceń w ferromagnetykach pod wpływem pola magnetycznego (odkształcenie spowodowane zmianą orientacji domen ferromagnetycznych, które z kolei powoduje zmianę położeń równowagi atomów, a w konsekwencji deformację sieci krystalicznej i zmianę rozmiarów ciała).

Zjawiskiem odwrotnym jest efekt Villariego (efekt magnetomechaniczny)

Zmiana rozmiarów pod wpływem pola magnetycznego może mieć charakter liniowy lub objętościowy.

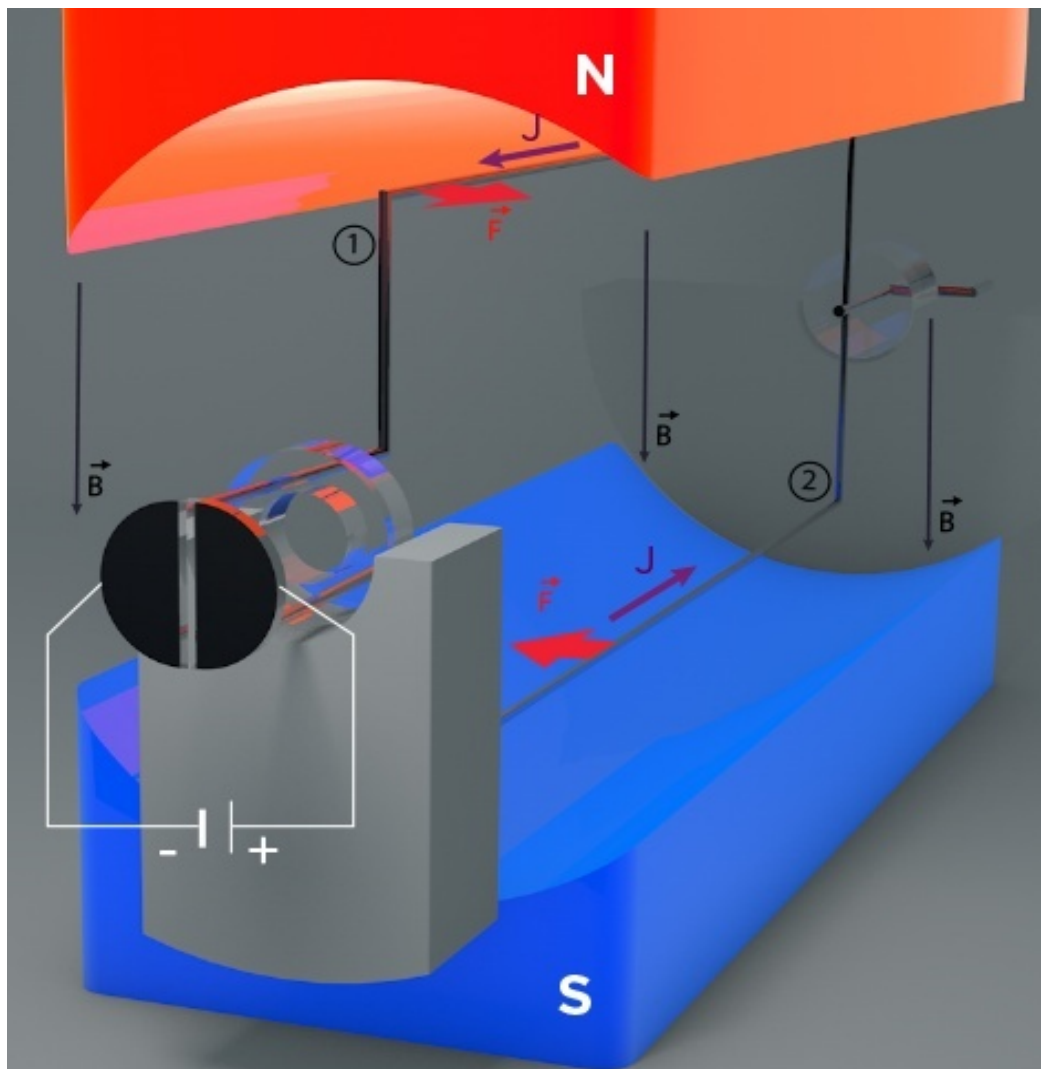
Materiały magnetostrykcyjne: Fe, Ni, Co oraz ich stopy, pierwiastki ziem rzadkich Tb i Dy ( $10^9$ )

$$\frac{\Delta l}{l} = C B^2$$

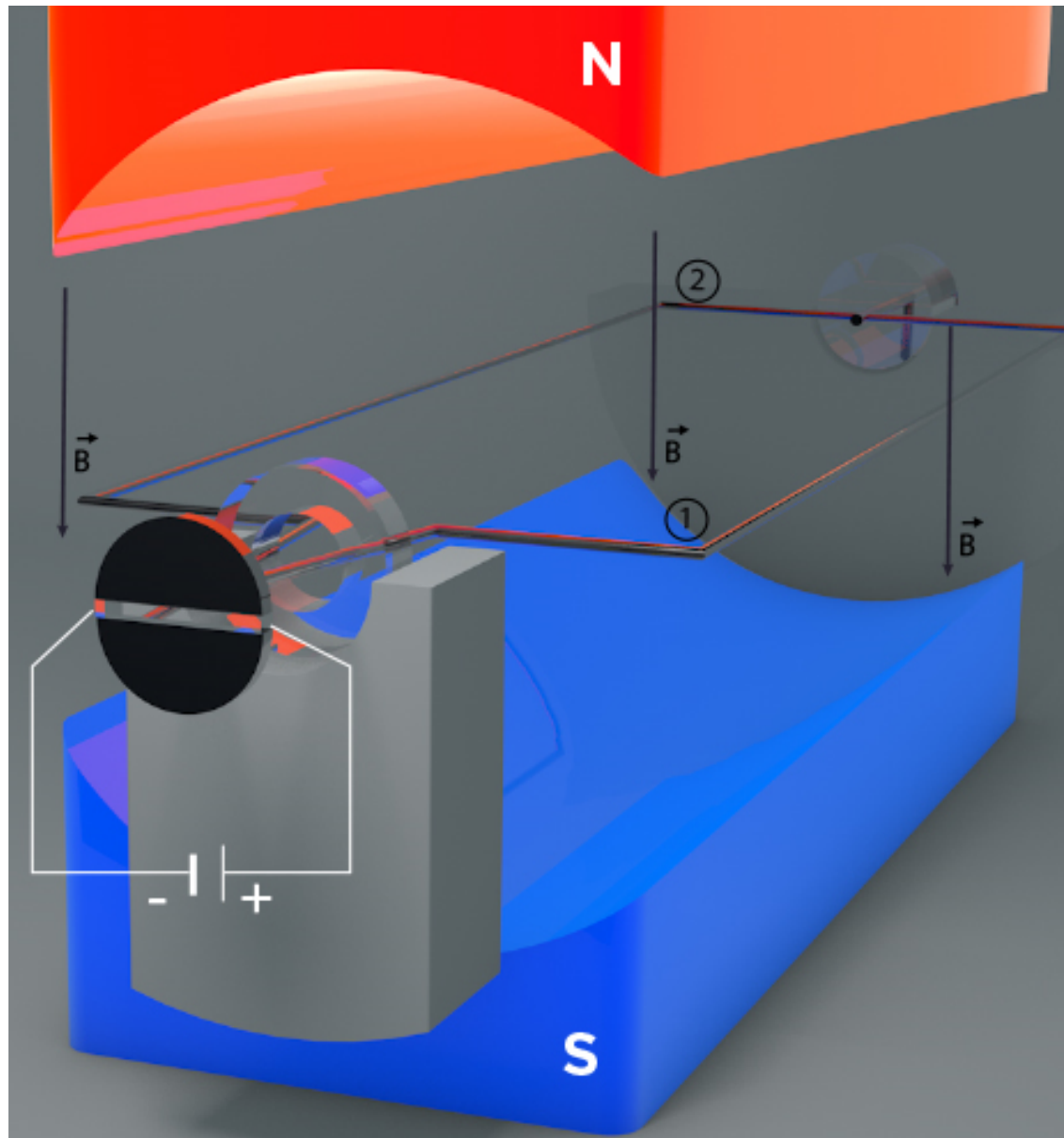
## Zastosowania materiałów magnetostrykcyjnych

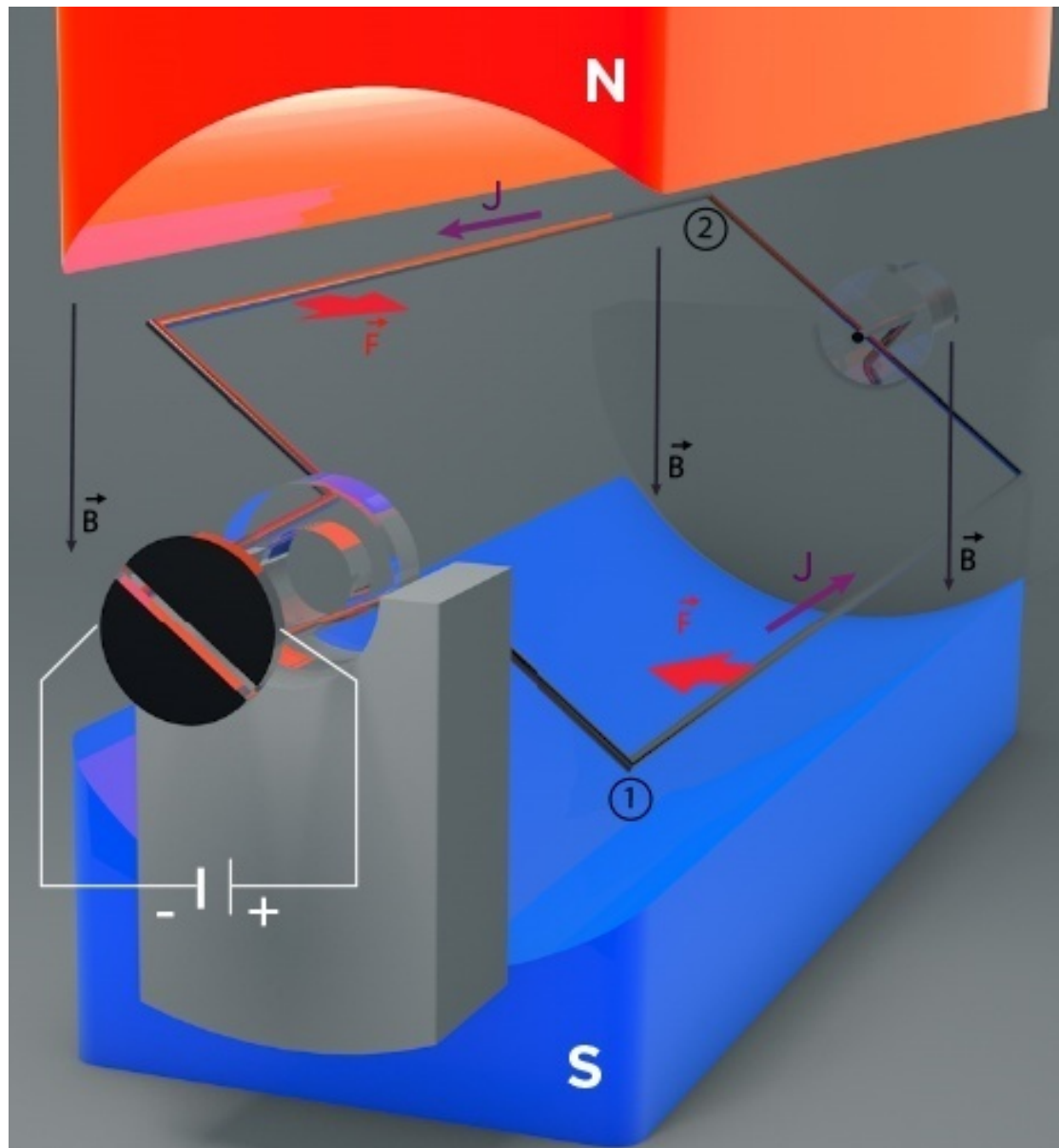
- grupa materiałów inteligentnych, które przekształcają energię magnetyczną w energię odkształcenia sprężystego
- czujniki: czujniki odkształcenia, sensory drgań i przemieszczeń, czujniki sejsmiczne, tomografia geologiczna etc.
- pompy, do pompowania bardzo małych objętości cieczy
- generatory ultradźwięków
- narzędzia chirurgiczne
- urządzeń akustycznych.

## Siła elektrodynamiczna

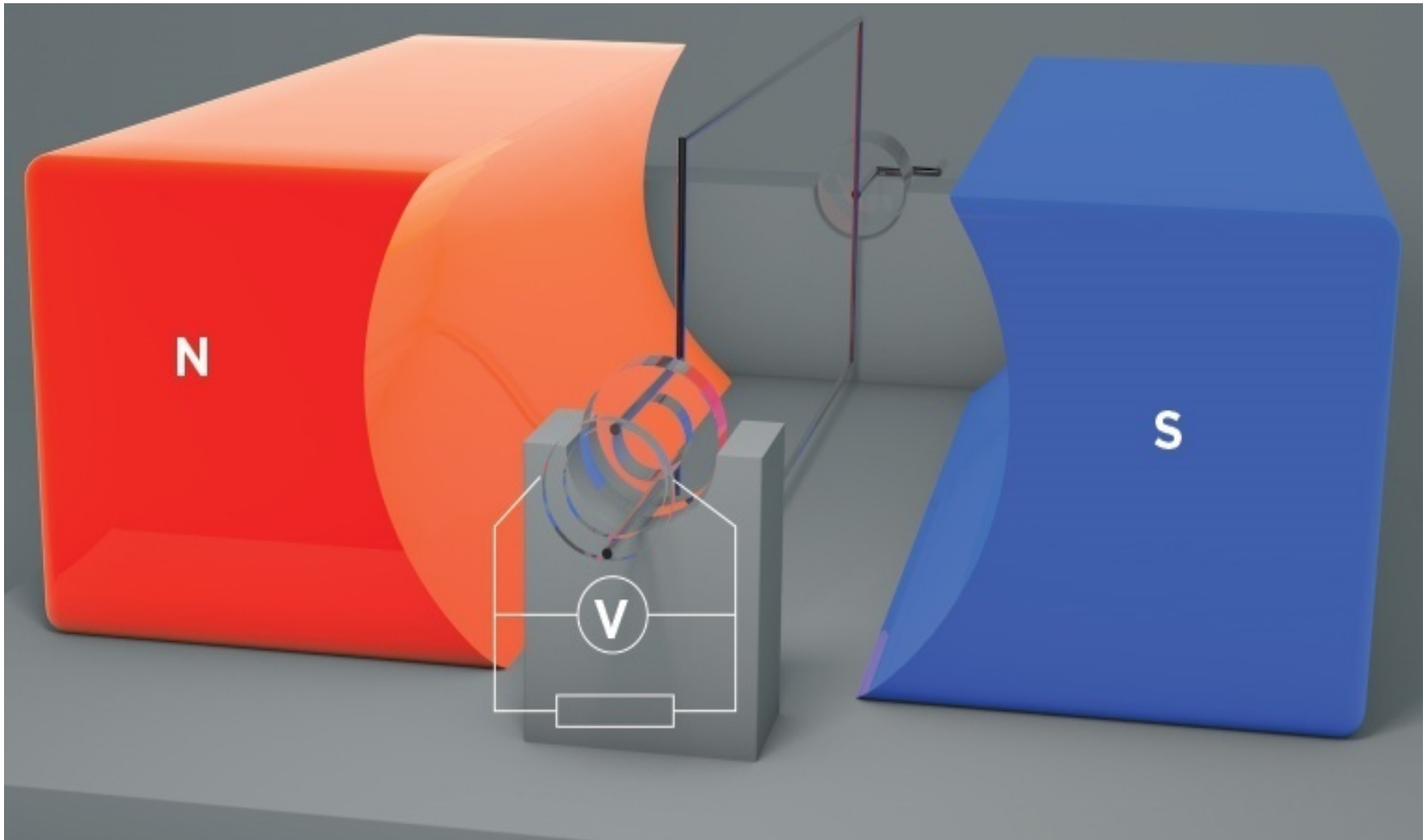


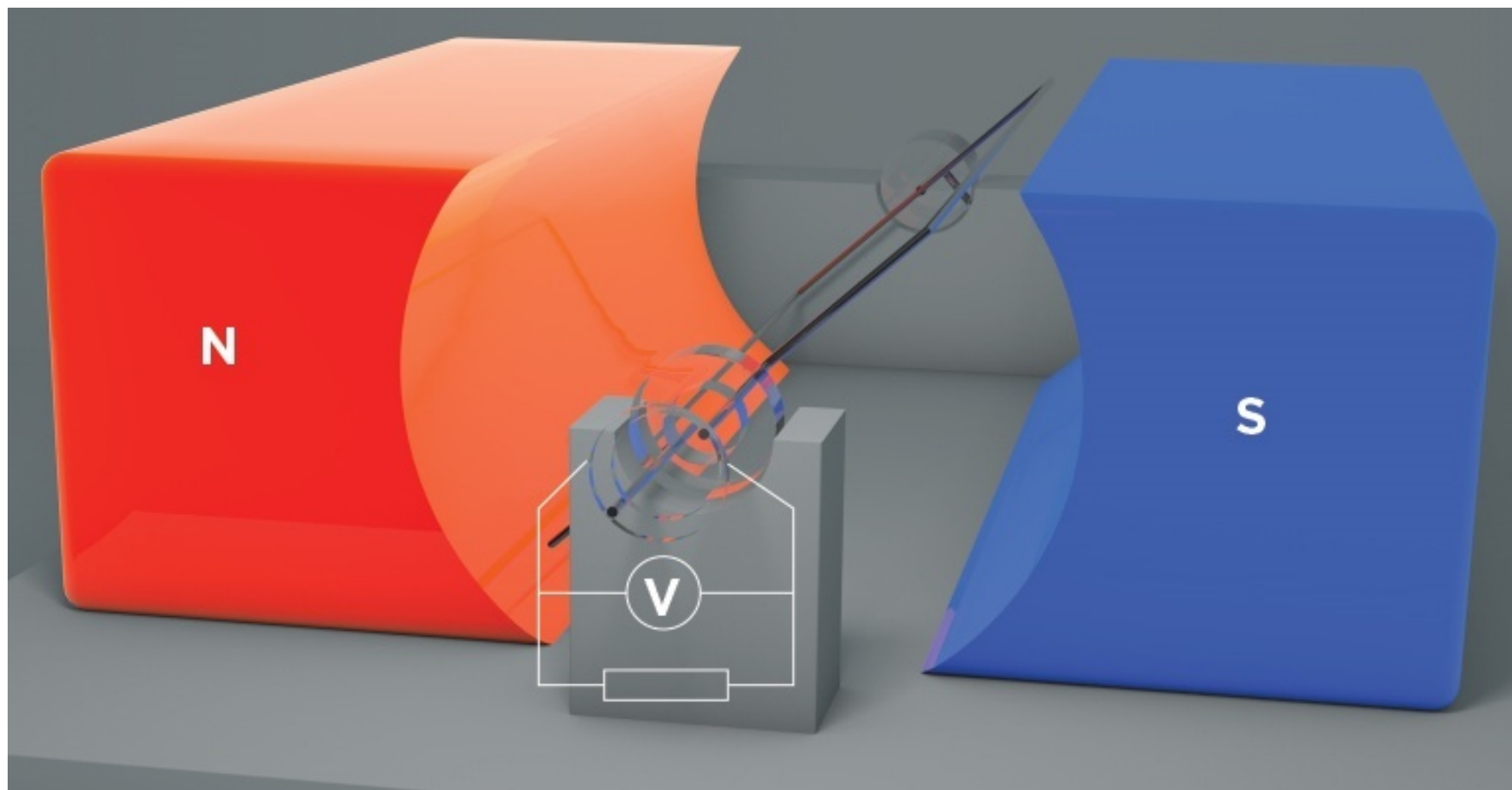
Fizyczne podstawy działania  
silników elektrycznych

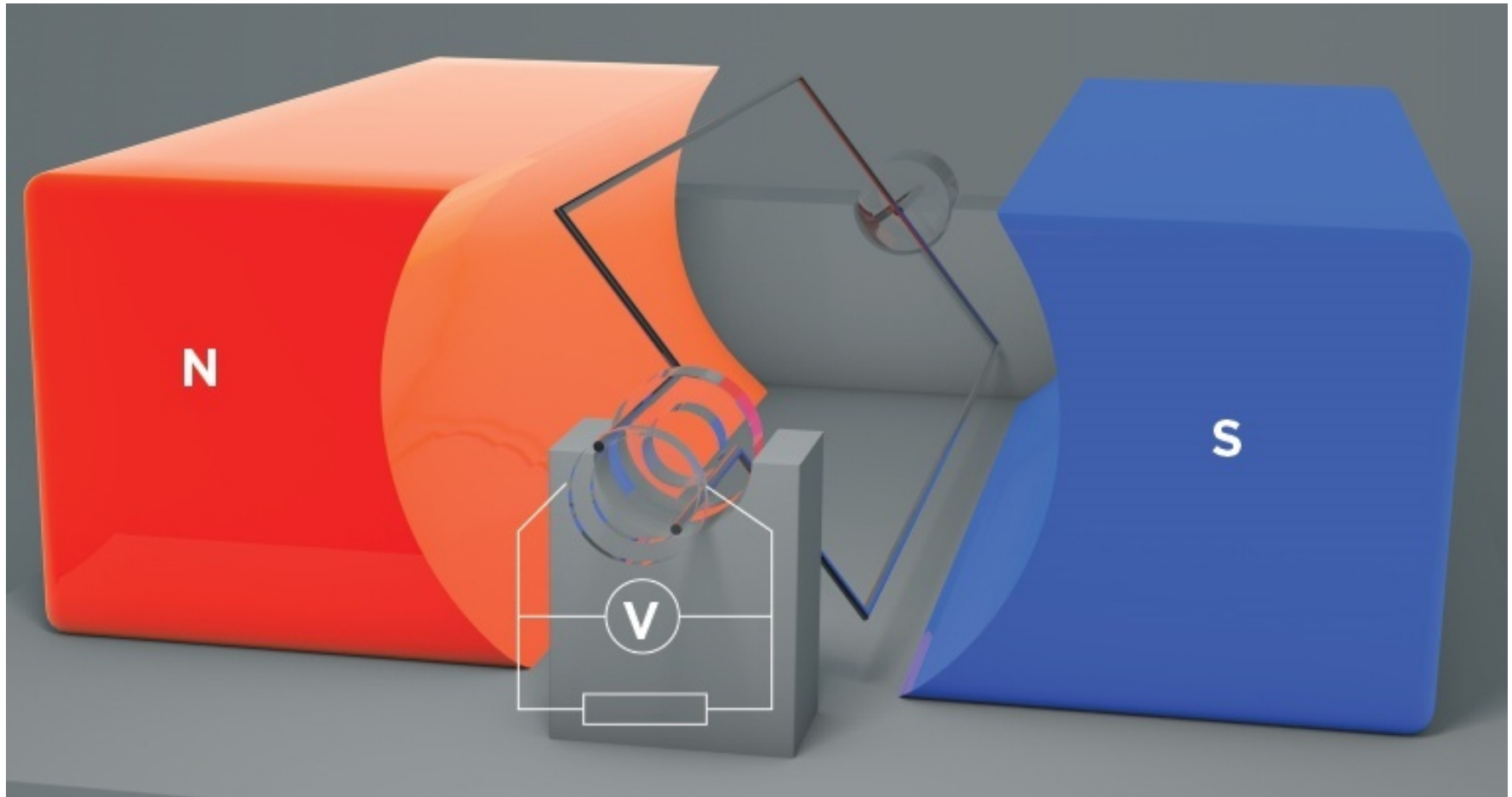




## Prądnicą prądu przemiennego







<https://www.youtube.com/watch?v=SDHmIMqug6Y>

<https://www.youtube.com/watch?v=8WjN7PNOxF0>

# Dziękuję za uwagę



mgr inż. Robert Czak

*tel: 0048 603687444*

*mail: robert.czak@op.pl*